DEFORMACIJSKA ANALIZA PO POSTOPKU DELFT

DEFORMATION ANALYSIS: THE DELFT APPROACH

Aleš Marjetič, Matjaž Zemljak, Tomaž Ambrožič

UDK: 528.1+528.3(078.7)

Klasifikacija prispevka po COBISS-u: 1.02

IZVLEČEK

V članku je opisan postopek Delft, ki je eden izmed postopkov deformacijske analize. Z uporabo statističnih metod in na podlagi geodetskih meritev določimo, ali so premiki točk statistično značilni. Podan je prikaz metode na testnem primeru.

ABSTRACT

The Delft approach, a method for the deformation analysis, is presented in this article. Based on geodetic measurements, the statistical significance of displacements at the surface is determined with statistical methods. A numerical example shows the effectiveness of the presented method.

KLJUČNE BESEDE

deformacijska analiza, postopek Delft, računski primer

KEY WORDS

deformation analysis, Delft approach, numerical example

1 UVOD

Postopek Delft sta razvila J. van Mierlo in J. J. Kok v računalniškem centru geodetskega inštituta Tehnične univerze Delft na Nizozemskem (Heck in sod., 1982).

Postopek Delft temelji na neodvisni izravnavi posameznih terminskih izmer, čemur sledi uporaba transformacije S v mreži za prehod iz enega geodetskega datuma v drugega in za transformacijo regularnih sistemov v singularne metode ter metode B za testiranje premikov točk.

Postopek deformacijske analize lahko razdelimo na naslednje korake (Heck in sod., 1982):

- izravnava geodetske mreže in odkrivanje grobih pogreškov med meritvami za posamezno terminsko izmero,
- testiranje skladnosti celotne mreže ali njenega posameznega dela v dveh terminskih izmerah ter testiranje premikov posameznih osnovnih točk in (ali) točk na objektu ter
- testiranje modela deformacij.

Podatke za obdelavo v tem postopku deformacijske analize pridobimo iz relativnih ali absolutnih deformacijskih meritev v geodetski mreži. Če imamo na voljo samo geodetsko mrežo na objektu, pridobimo relativne deformacijske meritve in lahko ugotavljamo samo relativne spremembe med točkami na objektu. Če imamo poleg točk na objektu na voljo tudi osnovne (referenčne) točke, pridobimo absolutne deformacijske meritve in ugotavljamo premike točk na objektu glede na referenčne točke. Rezultati postopka so neodvisni od izbire koordinatnega sistema oziroma geodetskega datuma.

2 IZRAVNAVA GEODETSKE MREŽE IN ODKRIVANJE GROBIH POGREŠKOV MED MERITVAMI ZA POSAMEZNO TERMINSKO IZMERO

Najprej moramo zagotoviti, da natančnosti meritev v terminskih izmerah nista statistično značilno različni. Nato moramo uskladiti natančnost kotnih in dolžinskih meritev (Ambrožič, 2004). Potem moramo iz meritev izločiti grobo pogrešena merjenja, ki so v postopku izravnave nezaželena, pri interpretaciji rezultatov deformacijske analize pa lahko zaradi njih neupravičeno sklepamo o premikih točk v geodetski mreži. Splošno poznani postopki določanja grobo pogrešenih meritev so Baardova, Popeova, danska ali ustrezna druga metoda (Grigillo in Stopar, 2003; Caspary, 1988). Pri deformacijski analizi po postopku Delft so avtorji, za odkrivanje grobih pogreškov med meritvami, uporabili Baardovo metodo (imenovano tudi Data Snooping), ki temelji na konceptu notranje in zunanje zanesljivosti geodetske mreže. Meritve vsake terminske izmere izravnamo kot prosto mrežo z minimalno sledjo matrike kofaktorjev popravkov koordinat točk, kot velja za druge postopke deformacijske analize (Ambrožič, 2001). To pomeni, da mora biti poleg pogoja minimalne vsote kvadratov popravkov meritev $\mathbf{v}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_i\mathbf{v}_i$ = min. izpolnjen tudi pogoj minimalne vsote kvadratov popravkov približnih vrednosti neznank $\mathbf{\Delta}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{\Delta}_i$ = min. Indeks i označuje terminsko izmero. Predhodno terminsko izmero opravimo v trenutku t_1, tekočo pa v trenutku t_2. Seveda moramo orientacijske neznanke odstraniti z redukcijo neznank v enačbah popravkov, prav tako moramo reducirati morebitno neznanko zaradi faktorja merila mreže (Van Mierlo, 1978). Če je število točk mreže v terminski izmeri t_1 drugačno kot v terminski izmeri t_2, eliminiramo koordinatne neznanke neidentičnih točk s transformacijo S (Van Mierlo, 1978; Marjetič in Stopar, 2007).

3 TESTIRANJE SKLADNOSTI CELOTNE MREŽE ALI NJENEGA POSAMEZNEGA DELA V DVEH TERMINSKIH IZMERAH

V tem koraku deformacijske analize ločeno obravnavamo relativne in absolutne deformacijske meritve, saj se postopka med seboj razlikujeta.

3.1 Testiranje stabilnosti točk v relativni geodetski mreži

Relativne geodetske mreže so namenjene odkrivanju morebitnih premikov točk na objektu na podlagi relativnih odnosov točk v mreži. Pri morebitnem premikanju točk na objektu moramo ugotoviti, ali je objekt spremenil obliko. Če dokažemo statistično nespremenjeno obliko objekta, moramo v nadaljevanju s testiranji preveriti še spremembo velikosti objekta in nato še ugotoviti zasuk objekta.

3.1.1 Testiranje spremembe oblike relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah

Statistično analizo spremembe oblike relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah naredimo s testiranjem naslednje hipoteze (Van Mierlo, 1978):

H_0 : $E(\mathbf{d}) = \mathbf{0}$; koordinate vseh točk v mreži se med dvema terminskima izmerama niso spremenile, (1)

H_a : $E(\mathbf{d}) = \mathbf{0}$; koordinate točk so se med dvema terminskima izmerama spremenile.

Tvorimo testno statistiko:

$$T_2 = \frac{\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}}^{+}\mathbf{d}}{f\sigma_0^2}, \tag{2}$$

kjer je:

$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{x}}_2 - \hat{\mathbf{x}}_1$ ... vektor koordinatnih razlik med predhodno in tekočo terminsko izmero,

$\hat{\mathbf{x}}_1$ ... vektor izravnanih koordinat točk predhodne terminske izmere v času t_1,

$\hat{\mathbf{x}}_2$ ... vektor izravnanih koordinat točk tekoče terminske izmere v času t_2,

$\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}_2} = \mathbf{N}_1^{+} + \mathbf{N}_2^{+}$ ... matrika kofaktorjev koordinatnih razlik, ki je vsota psevdoinverzij matrik normalnih enačb posamezne terminske izmere,

$f = nm - d$ ... število prostostnih stopenj,

m ... število točk, ki so vključene v geodetsko mrežo,

n ... razsežnost mreže ($n = 1$ za enorazsežne mreže ...),

d ... defekt geodetskega datuma mreže in

σ_0^2 ... a priori varianca enote uteži[1].

Testna statistika T_2 se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F s f prostostnimi stopnjami. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je $T_2 \leq F_{f,\infty,1-\alpha}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se koordinate točk v mreži niso statistično značilno spremenile (in nadaljujemo testiranje spremembe velikosti mreže ali njenega dela, poglavje 3.1.2). Če je $T_2 > F_{f,\infty,1-\alpha}$, zavrnemo ničelno hipotezo in trdimo, da je mreža med obema terminskima izmerama spremenila obliko. To pomeni, da so se spremenile koordinate točk v mreži med obema terminskima izmerama. Mogoče pa je, da so se spremenile samo koordinate točk dela mreže. Z nadaljnjimi testiranji poskušamo določiti tisti del mreže, ki ni spremenil oblike. Vektor **d** in njemu pripadajočo matriko kofaktorjev koordinatnih razlik $\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}}$ razdelimo na dva dela:

[1] Soavtor postopka Delft Van Mierlo v Van Mierlo (1978) v vseh enačbah uporablja a priori varianco enote uteži, ki pa jo navadno privzamemo kot znano pri projektiranju geodetskih mrež, torej pred izvedbo meritev. Če pa izvedemo deformacijsko analizo po opravljenih terminskih izmerah, predlagamo, da se v enačbi (2) in tudi v vseh drugih enačbah v članku, v katerih nastopi σ_0^2, uporabi a posteriori varianca enote uteži σ_0^2, ki jo izračunamo na primer po enačbi (4) v Ambrožič (2001) – primerjaj tudi npr. Niemeier (1985).

- z indeksom F označimo del mreže, ki ni spremenil oblike,
- z indeksom B pa del mreže, ki je obliko spremenil:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_F \\ \mathbf{d}_B \end{bmatrix} \text{ in } \mathbf{Q}_{\mathbf{dd}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{FF} & \mathbf{Q}_{FB} \\ \mathbf{Q}_{BF} & \mathbf{Q}_{BB} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Naj bo:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{dd}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{FF} & \mathbf{P}_{FB} \\ \mathbf{P}_{BF} & \mathbf{P}_{BB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{FF} & \mathbf{Q}_{FB} \\ \mathbf{Q}_{BF} & \mathbf{Q}_{BB} \end{bmatrix}^{+} = \mathbf{Q}_{\mathbf{dd}}^{+}.$$

Kvadratno formo v števcu testne statistike T_2, enačba (2),

$$\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}}^{+}\mathbf{d} = \mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\mathbf{dd}}\mathbf{d}$$

razcepimo na dva statistično neodvisna dela:

$$\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\mathbf{dd}}\mathbf{d} = \mathbf{d}_F^{\mathrm{T}}\overline{\mathbf{P}}_{FF}\mathbf{d}_F + \overline{\mathbf{d}}_B^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{BB}\overline{\mathbf{d}}_B, \tag{4}$$

kjer je:

$$\overline{\mathbf{d}}_B = \mathbf{d}_B + \mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{P}_{BF}\mathbf{d}_F \text{ in}$$

$$\overline{\mathbf{P}}_{FF} = \mathbf{P}_{FF} - \mathbf{P}_{FB}\mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{P}_{BF}.$$

Izpeljavo z dokazom enakosti v enačbi (4), le indeksi so označeni z drugimi črkami, si lahko bralec ogleda na primer v Ambrožič, 2001.

Matrike $\mathbf{Q}_{FF}^{+} = \mathbf{Q}_{FF}^{-1} = \mathbf{P}_{FF}$, kot tudi $\mathbf{Q}_{FF}$, so regularne. Matrika $\mathbf{Q}_{FF}$ pa mora biti singularna, saj je le v tem primeru vektor koordinatnih razlik neodvisen od izbire koordinatnega sistema. Tako kvadratne forme, ki se nanaša na del mreže, ki ni spremenil oblike, ne moremo izračunati po enačbi (4). Regularno matriko $\mathbf{Q}_{FF}$ transformiramo v singularno $\widetilde{\mathbf{Q}}_{FF}$ z minimalno sledjo in defektom geodetskega datuma mreže d, z uporabo transformacije S (Van Mierlo, 1978; Marjetič in Stopar, 2007):

$$\widetilde{\mathbf{Q}}_{\mathbf{dd}} = \mathbf{S}_{FF}\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{FF} & \mathbf{Q}_{FB} \\ \mathbf{Q}_{BF} & \mathbf{Q}_{BB} \end{bmatrix}\mathbf{S}_{FF}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{Q}}_{FF} & \widetilde{\mathbf{Q}}_{FB} \\ \widetilde{\mathbf{Q}}_{BF} & \widetilde{\mathbf{Q}}_{BB} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

kjer je:

$\mathbf{S}_{FF} = \mathbf{I} - \mathbf{H}\left(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{FF}\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{FF}$ ... transformacijska matrika $\mathbf{S}_{FF}$,

$\mathbf{E}_{FF} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{FF} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$... enotska matrika,

$\mathbf{H}$ ... matrika geodetskega datuma, definirana z minimalnim številom notranjih vezi, ki je

- za enorazsežno mrežo $\mathbf{H}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{1\times m}$,
- za dvorazsežno mrežo $\mathbf{H}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ x_1^0 & -y_1^0 & x_2^0 & -y_2^0 & \cdots & \cdots & x_m^0 & -y_m^0 \\ y_1^0 & x_1^0 & y_2^0 & x_2^0 & \cdots & \cdots & y_m^0 & x_m^0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{4\times 2m}$ in
- za trirazsežno mrežo

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & z_1^0 & -x_1^0 & 0 & z_2^0 & -x_2^0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & z_m^0 & -x_m^0 \\ -z_1^0 & 0 & y_1^0 & -z_2^0 & 0 & y_2^0 & \cdots & \cdots & \cdots & -z_m^0 & 0 & y_m^0 \\ x_1^0 & -y_1^0 & 0 & x_2^0 & -y_2^0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & x_m^0 & -y_m^0 & 0 \\ y_1^0 & x_1^0 & z_1^0 & y_2^0 & x_2^0 & z_2^0 & \cdots & \cdots & \cdots & y_m^0 & x_m^0 & z_m^0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{7\times 3m},$$

m ... število točk, ki so vključene v geodetsko mrežo.

Prav tako moramo pretvoriti vektor koordinatnih razlik **d** v singularno obliko:

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{S}_{FF} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_F \\ \mathbf{d}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}}_F \\ \tilde{\mathbf{d}}_B \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Statistično analizo spremembe oblike dela geodetske mreže, za katerega predpostavimo, da ni spremenil oblike, naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

H_0 : del mreže, katerega točke so vključene v vektor $\mathbf{d}_F$, ni spremenil oblike,

H_a : del mreže, katerega točke so vključene v vektor $\mathbf{d}_F$, je spremenil obliko.

Tvorimo testno statistiko:

$$T_3 = \frac{\tilde{\mathbf{d}}_F^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{Q}}_{FF}^{+} \tilde{\mathbf{d}}_F}{f_F \sigma_0^2}, \tag{7}$$

kjer je:

$f_F = nm_F - d$ ... število prostostnih stopenj,

m_F ... število točk v delu mreže, ki ni spremenil oblike,

n ... razsežnost mreže (n = 1 za enorazsežne mreže ...) in

d ... defekt geodetskega datuma mreže.

Testna statistika T_3 se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F s f_F prostostnimi stopnjami. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je

$T_3 \leq F_{f_F,\infty,1-\alpha}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se koordinate točk dela mreže, ki ni spremenil oblike, niso statistično značilno spremenile (in nadaljujemo testiranje spremembe velikosti mreže ali njenega dela, poglavje 3.1.2). Če je $T_3 > F_{f_F,\infty,1-\alpha}$, zavrnemo ničelno hipotezo in trdimo, da je del mreže med obema terminskima izmerama spremenil obliko. To pomeni, da so se spremenile koordinate vsaj ene točke, ki nastopa v vektorju $\mathbf{d}_F$. Testiranje ponavljamo z izločanjem točk iz vektorja $\mathbf{d}_F$ tako dolgo, dokler ničelne hipoteze ne moremo zavrniti. Testno statistiko za testiranje oblike dela mreže lahko sestavimo le za najmanj toliko točk, da je $f_F > 0$.

Če ugotovimo, da celotna mreža ali njen del ni spremenila oblike, nadaljujemo testiranje spremembe velikosti mreže ali njenega dela.

3.1.2 Testiranje spremembe velikosti relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah

Če po testiranju spremembe oblike mreže ali njenega dela ne ugotovimo statistično značilne spremembe oblike celotne relativne geodetske mreže ali njenega dela, moramo preveriti, ali se je spremenila velikost celotne mreže ali njenega dela.

3.1.2.1 Testiranje spremembe velikosti celotne mreže

Najprej poglejmo primer, ko je oblika celotne mreže nespremenjena. Velikost mreže izrazimo v poljubni dolžinski enoti. Če za dolžinske meritve uporabimo isti razdaljemer, lahko predpostavimo, da je merilo mreže ves čas enako. V tem primeru lahko dolžinske meritve uporabimo za določanje spremembe velikosti mreže.

Faktor merila μ lahko izračunamo v postopku izravnave proste mreže. Rezultat izravnave bi tako lahko bil tudi faktor merila μ_1 in μ_2 v posamezni terminski izmeri t_1 in t_2. Predpostavimo, da je faktor merila dolžinskih meritev v obravnavanih terminskih izmerah konstanten, zato uporabimo faktor merila za testiranje naslednje hipoteze, ki se glasi:

$H_0 : E(\mu_2 - \mu_1) = 0$; faktor merila se med terminskima izmerama ni spremenil,

$H_a : E(\mu_2 - \mu_1) \neq 0$; faktor merila se je med terminskima izmerama spremenil.

Če ničelno hipotezo zavrnemo, to pomeni, da se je med terminskima izmerama spremenila velikost mreže, obenem pa se njena oblika ni spremenila.

Ničelno hipotezo lahko testiramo tudi s samimi dolžinskimi meritvami, ki smo jih v postopku izravnave izravnali:

$H_0 : E((s_{i,j})_{t_2} - (s_{i,j})_{t_1}) = 0$; dolžina med točkama P_i in P_j se med terminskima izmerama ni spremenila,

$H_a : E((s_{i,j})_{t_2} - (s_{i,j})_{t_1}) \neq 0$; dolžina med točkama P_i in P_j se je med terminskima izmerama spremenila.

$s_{i,j}$ je izračunana dolžina med točkama P_i in P_j iz njunih izravnanih koordinat ali pa je $s_{i,j}$ kar izravnana dolžina. Problemu izbire točk P_i in P_j se izognemo, če za testiranje ničelne hipoteze uporabimo faktor merila namesto dolžine med točkama.

3.1.2.2 Testiranje spremembe velikosti dela mreže

Sedaj poglejmo primer, pri katerem ima samo del mreže nespremenjeno obliko. Če želimo spet uporabiti faktor merila za testiranje ničelne hipoteze H_0 : velikost dela mreže je nespremenjena; moramo vedeti, da je standardna deviacija faktorja merila odvisna od izbire koordinatnega sistema. Obliko dela mreže testiramo z uporabo izravnanih koordinat, katerih matrika kofaktorjev je singularna (7). Faktor merila, ki je odvisen od tega koordinatnega sistema, lahko uporabimo za testiranje ničelne hipoteze H_0 : del mreže ni spremenil velikosti.

Mogoče je testirati tudi ničelno hipotezo $H_0 : E((s_{i,j})_{t_2} - (s_{i,j})_{t_1}) = 0$, vendar morata biti točki P_i in P_j v delu mreže, ki ga testiramo. Če za izračun dolžin uporabimo koordinati točk P_i in P_j , potem imamo isti koordinatni sistem, kot smo ga omenili pri faktorju merila.

3.1.3 Testiranje spremembe zasuka relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah

Če bi imeli na voljo instrument, s katerim bi dovolj natančno izmerili smerni kot, potem bi lahko testirali zasuk mreže enako, kot smo testirali spremembo velikosti mreže (poglavje 3.1.2), le da namesto faktorja merila uporabimo orientacijo. Predpostavimo, da je orientacija o smernih kotov merjenih smeri enaka in konstantna v obeh terminskih izmerah, potem se ničelna hipoteza H_0 glasi: $E(o_2 - o_1) = 0$; med dvema terminskima izmerama se orientacija ni spremenila, kar je analogno testiranju spremembe velikosti mreže (primerjaj z 3.1.2). Ker takega instrumenta nimamo, moramo kotne meritve, ki jih uporabimo v deformacijski analizi, opraviti kar se da natančno, vestno in zanesljivo.

3.2 Testiranje stabilnosti točk v absolutni geodetski mreži

V absolutni geodetski mreži imamo opravka z dvema skupinama točk. Osnovne (referenčne) točke, ki naj se ne bi premikale in bi bile čim bližje objektu, označimo z indeksom F, točke na objektu oziroma tiste, ki so se premaknile, pa z indeksom B. Najprej moramo testirati, ali osnovne točke mirujejo ali ne.

3.2.1 Testiranje stabilnosti osnovnih točk

Statistično analizo spremembe položaja osnovnih točk naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_0 : E(\mathbf{d}_F) = \mathbf{0}$; koordinate vseh osnovnih točk, ki naj se ne bi premikale, se med dvema terminskima izmerama niso spremenile,

$H_a : E(\mathbf{d}_F) \neq \mathbf{0}$; koordinate vsaj ene osnovne točke, ki naj se ne bi premikala, so se med dvema terminskima izmerama spremenile,

kjer je:

$\mathbf{d}_F = \hat{\mathbf{x}}_{F_2} - \hat{\mathbf{x}}_{F_1}$ ... vektor koordinatnih razlik osnovnih točk, ki naj se med dvema terminskima izmerama ne bi premikale,

$\hat{\mathbf{x}}_{F_1}$ ... vektor izravnanih koordinat osnovnih točk predhodne terminske izmere, ki naj se ne bi premikale, in

$\hat{\mathbf{x}}_{F_2}$ ... vektor izravnanih koordinat osnovnih točk tekoče terminske izmere, ki naj se ne bi premikale.

Tvorimo testno statistiko:

$$T_4 = \frac{\mathbf{d}_F^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_{\mathbf{dd}_{FF}}^{+} \mathbf{d}_F}{f_F \sigma_0^2}, \tag{8}$$

kjer je:

$\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}_{FF}} = \mathbf{Q}_{FF_1} + \mathbf{Q}_{FF_2}$,

$f_F = nm_F - d$ ... število prostostnih stopenj,

m_F ... število osnovnih točk mreže, ki naj se ne bi premikale,

n ... razsežnost mreže ($n = 1$ za enorazsežne mreže ...) in

d ... defekt geodetskega datuma mreže.

Testna statistika se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F s f_F prostostnimi stopnjami. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je $T_4 \leq F_{f_F,\infty,1-\alpha}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se osnovne točke, ki naj se ne bi premikale, med dvema terminskima izmerama niso premaknile. Če je $T_4 > F_{f_F,\infty,1-\alpha}$, zavrnemo ničelno hipotezo in nadaljujemo lociranje osnovnih točk, ki so se premaknile. Predpostavimo, da se je samo ena izmed osnovnih točk premaknila, in jo označimo s P_j. Njeno morebitno premikanje ugotavljamo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_{0_j} : E(\mathbf{d}_F) = \mathbf{0}_j$; koordinate osnovne točke P_j se med dvema terminskima izmerama niso spremenile, (9)

$H_{a_j} : E(\mathbf{d}_F) = [\nabla\mathbf{d}]_j$; koordinate osnovne točke P_j so se med dvema terminskima izmerama spremenile [2],

kjer je:

$[\nabla\mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}} = [0 \ \ 0 \ \cdots \ \nabla\mathbf{d}_j \ \cdots \ 0 \ \ 0]^{\mathrm{T}}$ ... vektor sprememb koordinatnih razlik osnovne točke P_j, ki je, na primer, za dvorazsežno mrežo oblike $[\nabla\mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}} = [0 \ \ 0 \ \cdots \ \nabla y_j \ \ \nabla x_j \cdots \ 0 \ \ 0]^{\mathrm{T}}$.

Kvocient vrednosti $\dfrac{\nabla y_j}{\nabla x_j}$ poda smer vektorja premika osnovne točke P_j, velikosti premika te točke pa ne poznamo. Ker ne poznamo premika osnovne točke, določimo premik osnovne točke P_j

2 Oznako ∇ uporabljamo za spremembo koordinatnih razlik točk, ker jo je uporabljal tudi soavtor postopka v Van Mierlo (1978), in nima nobene zveze z operatorjem ∇.

v različnih smereh, na primer v smeri + osi x in + osi y, ali v smeri simetrale + osi x in − osi y, ali drugih smereh. Za zadnjo navedeno smer zapišemo vektor $[\nabla\mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}}$ v obliki:

$$[\nabla\mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}} = [0 \;\; 0 \;\; \cdots \;\; -1 \;\; 1 \cdots \;\; 0 \;\; 0]^{\mathrm{T}}\nabla, \tag{10}$$

kjer je:

∇ ... neznan skalar.

Enačbo (10) zapišemo v obliki:

$[\nabla\mathbf{d}]_j = (\mathbf{c})_j\nabla.$

Vektor $(\mathbf{c})_j$ določa smer premika osnovne točke P_j, skalarja ∇ pa ne poznamo, saj ne poznamo velikosti premika.

Za vsako osnovno točko sestavimo ničelno in alternativno hipotezo:

H_0 : osnovna točka P_j se ni premaknila v smeri vektorja $(\mathbf{c})_j$,

H_a : osnovna točka P_j se je premaknila v smeri vektorja $(\mathbf{c})_j$.

Za vsako osnovno točko tvorimo testno statistiko w_j:

$$w_j = \frac{(\mathbf{c})_j^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}}\mathbf{d}_F}{\sigma_0\sqrt{(\mathbf{c})_j^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}}(\mathbf{c})_j}}. \tag{11}$$

Za vsako osnovno točko P_j lahko izračunamo več testnih statistik w_j za različne smeri premika $(\mathbf{c})_j$.

Testna statistika w_j se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α_0 izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je $|w_j| \le \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se osnovna točka P_j ni premaknila v smeri vektorja $(\mathbf{c})_j$. Ker smo predpostavili, da se spremeni položaj samo ene referenčne točke, uporabimo enodimenzionalni test, ki ga opravimo pri stopnji značilnosti testa α_0. Enodimenzionalni in f_F-dimenzionalni test sta povezana prek parametra necentralnosti λ_0, ki je pri obeh testih enak (glej tudi Grigillo in Stopar, 2003). To simbolično zapišemo v eksplicitni obliki z naslednjo enačbo:

$\lambda_0 = \lambda(\alpha, \beta_0, f_F) = \lambda(\alpha_0, \beta_0, 1).$

Če je testna statistika $|w_j| > \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}}$, potem se testna statistika porazdeljuje po necentralni porazdelitvi F s parametrom necentralnosti λ_0. Največja vrednost w_j kaže na premik osnovne točke P_j v smeri vektorja $(\mathbf{c})_j$ ali njeni bližini. Zato to točko izločimo iz skupine (vektorja) osnovnih točk, označene z indeksom F, in jo dodamo v skupino točk, ki so se premaknile, označeno z indeksom B. Testiranje (8) ponovimo brez točke P_j in ga iterativno ponavljamo toliko časa, da ničelne hipoteze ne moremo zavrniti za vse osnovne točke iz skupine, označene z indeksom F.

Še enkrat moramo omeniti, da mora biti matrika kofaktorjev koordinatnih razlik $\mathbf{Q}_{\mathbf{dd}_{FF}}$ singularna. Če bi pri reševanju problema odpravili singularnost z definicijo koordinatnega sistema tako, da bi izbrali poljubne osnovne točke za dane točke, bi za izračun testne statistike uporabili enačbi (8) in (11), vendar bi bilo testiranje s testno statistiko (11) veliko bolj zapleteno.

3.2.2 Izračun meje premika osnovnih točk

Za vsako testno statistiko w_j lahko dodatno izračunamo še odgovarjajočo mejo za premik osnovne točke P_j v smeri $(\mathbf{c})_j$. Glede na alternativno hipotezo (9) tvorimo testno statistiko – glej enačbo (8):

$$T_4 = \frac{\mathbf{d}_F^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}} \mathbf{d}_F}{f_F \sigma_0^2},$$

ki se porazdeljuje po necentralni porazdelitvi F s parametrom necentralnosti λ_j:

$$\lambda_j = \frac{1}{\sigma_0^2} [\nabla \mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}} [\nabla \mathbf{d}]_j . \tag{12}$$

Parameter necentralnosti λ_0 za mejo premikov določimo analogno kot v enačbi (12):

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sigma_0^2} [\nabla_0 \mathbf{d}]_j^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}} [\nabla_0 \mathbf{d}]_j . \tag{13}$$

Za dvorazsežno mrežo ima izraz (13) naslednjo obliko:

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} \nabla_0 y_j \\ \nabla_0 x_j \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{jj} \begin{bmatrix} \nabla_0 y_j \\ \nabla_0 x_j \end{bmatrix} . \tag{14}$$

$\mathbf{P}_{jj}$ je podmatrika matrike $\mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}}$ dimenzije 2×2 za pripadajočo osnovno točko P_j. Enačba (14) je enačba elipse v kartezičnih koordinatah. Velika os elipse kaže v smeri premika točke P_j, velikost premika pa ponazarja velikost velike polosi.

Z izračunanimi elementi elips lahko grafično predstavimo stabilnost osnovnih točk. Izračun elips stabilnosti osnovnih točk je pomemben, ker jih lahko izračunamo že med načrtovanjem mreže.

Meja za premik osnovne točke je povezana s testno statistiko w_j, saj smer vektorja $(\mathbf{c})_j$ določa smer premika osnovne točke. Mejo za premik osnovne točke izračunamo tako po enačbi:

$$(\nabla_0 \mathbf{d})_j = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{(\mathbf{c})_j^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}} (\mathbf{c})_j}} .$$

Meja za premik osnovne točke je neodvisna od izbire koordinatnega sistema, če je podmatrika $\mathbf{Q}^{+}_{\mathbf{dd}_{FF}}$ singularna.

Po opravljenem statističnem testiranju stabilnosti osnovnih točk nadaljujemo testiranje premikov točk na objektu relativno glede na osnovne točke.

3.2.3 Skupna izravnava obeh terminskih izmer

Ponovno izravnavo obeh izmer hkrati opravimo pod pogojem $\hat{\mathbf{x}}_{F_2} - \hat{\mathbf{x}}_{F_1} = \mathbf{0}$ oziroma $\mathbf{d}_F = \mathbf{0}$, kar lahko zapišemo tudi kot:

$$\begin{bmatrix} l_1 + v_1 \\ l_2 + v_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{vmatrix} \mathbf{A}_{F_1} & \mathbf{A}_{B_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{F_2} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{B_2} \end{vmatrix} \right] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_F \\ \hat{\mathbf{x}}_{B_1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{B_2} \end{bmatrix},$$

kjer je:

l_1, l_2 ... vektor meritev v predhodni in tekoči terminski izmeri v času t_1 oziroma t_2,

v_1, v_2 ... vektor popravkov meritev v predhodni in tekoči terminski izmeri v času t_1 oziroma t_2,

$\mathbf{A}_{F_1}$, $\mathbf{A}_{F_2}$ ... matrika enačb popravkov osnovnih točk v predhodni in tekoči terminski izmeri v času t_1 oziroma t_2,

$\mathbf{A}_{B_1}$, $\mathbf{A}_{B_2}$ ... matrika enačb popravkov točk na objektu v predhodni in tekoči terminski izmeri v času t_1 oziroma t_2,

$\hat{\mathbf{x}}_F$ ... vektor izravnanih koordinat osnovnih točk,

$\hat{\mathbf{x}}_{B_1}$, $\hat{\mathbf{x}}_{B_2}$ ... vektor izravnanih koordinat točk na objektu v predhodni in tekoči terminski izmeri v času t_1 oziroma t_2.

Iz izravnanih koordinat točk na objektu $\hat{\mathbf{x}}_{B_1}$ in $\hat{\mathbf{x}}_{B_2}$ izračunamo razliko koordinat $\overline{\mathbf{d}}_B = \hat{\mathbf{x}}_{B_2} - \hat{\mathbf{x}}_{B_1}$. Razliko koordinat $\overline{\mathbf{d}}_B$ pa lahko izračunamo tudi neposredno iz izravnav posameznih izmer $\overline{\mathbf{d}}_B = \mathbf{d}_B + \mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{P}_{BF}\mathbf{d}_F$, saj izravnava posamezne izmere pomeni delno ortogonalizacijo vektorjev $\mathbf{d}_F$ in $\mathbf{d}_B$.

3.2.4 Testiranje premikov točk na objektu

Statistično analizo spremembe koordinat točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_0 : E(\overline{\mathbf{d}}_B) = \mathbf{0}$; koordinate točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, se med dvema terminskima izmerama niso spremenile,

$H_a : E(\overline{\mathbf{d}}_B) \neq \mathbf{0}$; koordinate točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, so se med dvema terminskima izmerama spremenile.

Tvorimo testno statistiko:

$$T_5 = \frac{\overline{\mathbf{d}}_B^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{BB} \overline{\mathbf{d}}_B}{f_B \sigma_0^2},$$

kjer je:

$\overline{\mathbf{d}}_B = \mathbf{d}_B + \mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{P}_{BF}\mathbf{d}_F$, podobno kot enačba (4),

$f_B = nm_B$ ... število prostostnih stopenj,

m_B ... število točk na objektu in

n ... razsežnost mreže (n = 1 za enorazsežne mreže ...).

Testna statistika T_5 se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F s f_B prostostnimi stopnjami. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je $T_5 \leq F_{f_B,\infty,1-\alpha}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se koordinate točk na objektu, relativno na osnovne točke, niso spremenile med dvema terminskima izmerama. Če je $T_5 > F_{f_B,\infty,1-\alpha}$, potem zavrnemo ničelno hipotezo in trdimo, da so se koordinate točk na objektu, relativno na osnovne točke, med dvema terminskima izmerama spremenile.

3.2.4.1 Testiranje spremembe oblike mreže točk na objektu

S tem testom ne dobimo nobene informacije o obliki in velikosti objekta, niti o vrsti premika (zasuk, translacija). Podobno kot pri izravnavi relativnih geodetskih mrež moramo zato regularno matriko $\mathbf{Q}_{BB}$ transformirati s transformacijo S v singularno matriko $\widehat{\mathbf{Q}}_{BB}$ z minimalno sledjo in defektom geodetskega datuma mreže d. Transformirati moramo tudi vektor koordinatnih razlik točk na objektu med dvema terminskima izmerama:

$$\widehat{\mathbf{Q}}_{BB} = \mathbf{S}_{BB}\mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{S}_{BB}^{\mathrm{T}} = \mathbf{S}_{BB}\mathbf{Q}_{BB}\mathbf{S}_{BB}^{\mathrm{T}}$$

$$\widehat{\mathbf{d}}_B = \mathbf{S}_{BB}\overline{\mathbf{d}}_B,$$

kjer je:

$$\mathbf{S}_{BB} = \mathbf{I} - \mathbf{H}\left(\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{BB}\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}_{BB}$$ ... transformacijska matrika $\mathbf{S}_{BB}$.

Statistično analizo spremembe oblike mreže točk na objektu med dvema terminskima izmerama naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

H_0 : mreža točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, ni spremenila oblike,

H_a : mreža točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, je spremenila obliko.

Tvorimo testno statistiko:

$$T_6 = \frac{\widehat{\mathbf{d}}_B^{\mathrm{T}}\widehat{\mathbf{Q}}_{BB}^{+}\widehat{\mathbf{d}}_B}{\widehat{f}_B\sigma_0^2},$$

kjer je:

$\widehat{f}_B = n\, m_B - d$ ... število prostostnih stopenj,

m_B ... število točk na objektu,

n ... razsežnost mreže (n = 1za enorazsežne mreže...) in

d ... defekt geodetskega datuma mreže.

Testna statistika T_6 se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F s $\widehat{f}_B$ prostostnimi stopnjami. Pri izbrani stopnji značilnosti testa α izračunamo kritično vrednost porazdelitvene funkcije F. Če je

$T_6 \leq F_{\hat{f}_B,\infty,1-\alpha}$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da se oblika mreže točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, ni statistično značilno spremenila med dvema terminskima izmerama. Če je $T_6 > F_{\hat{f}_B,\infty,1-\alpha}$, potem zavrnemo ničelno hipotezo in trdimo, da se je oblika mreže točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, statistično značilno spremenila med dvema terminskima izmerama.

3.2.4.2 Testiranje spremembe velikosti mreže točk na objektu

Nadaljnja analiza je nujna, ko se oblika objekta ali njegovega dela ni statistično značilno spremenila. V tem primeru moramo testirati spremembo velikosti objekta. Dolžina $s_{i,j}$ je dolžina med dvema točkama P_i in P_j na objektu, izračunana iz njihovih izravnanih koordinat (glej poglavje 3.2.3). Statistično analizo spremembe velikosti objekta med dvema terminskima izmerama naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_0 : E((s_{i,j})_{t_2} - (s_{i,j})_{t_1}) = 0$; dolžina med točkama P_i in P_j na objektu se med dvema terminskima izmerama ni spremenila,

$H_a : E((s_{i,j})_{t_2} - (s_{i,j})_{t_1}) \neq 0$; dolžina med točkama P_i in P_j na objektu se je med dvema terminskima izmerama spremenila.

Če ničelno hipotezo zavrnemo, to pomeni, da je objekt med dvema terminskima izmerama spremenil velikost, obenem pa se njegova oblika ni spremenila.

3.2.4.3 Testiranje spremembe zasuka mreže točk na objektu

Po testiranju spremembe velikosti objekta sledi testiranje zasuka objekta. Za testiranje potrebujemo izračunan smerni kot med dvema točkama P_i in P_j na objektu. Smerni kot $v_{i,j}$ izračunamo iz izravnanih koordinat (glej poglavje 3.2.3). Statistično analizo spremembe zasuka objekta med dvema terminskima izmerama naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_0 : E((v_{i,j})_{t_2} - (v_{i,j})_{t_1}) = 0$; smerni kot med dvema točkama P_i in P_j na objektu se med dvema terminskima izmerama ni spremenil,

$H_a : E((v_{i,j})_{t_2} - (v_{i,j})_{t_1}) \neq 0$; smerni kot med dvema točkama P_i in P_j na objektu se je med dvema terminskima izmerama spremenil.

Če ničelno hipotezo zavrnemo, to pomeni, da se je objekt med dvema terminskima izmerama zasukal okoli osi, ki je pravokotna na ravnino *xy*, obenem pa se njegova oblika ni spremenila.

Vrstni red testiranja hipotez je očiten. Najprej moramo testirati stabilnost osnovnih točk, nato testiramo še spremembo oblike mreže točk na objektu in na koncu še spremembo velikosti in zasuka mreže točk na objektu. Testiranje spremembe velikosti in zasuka objekta je smiselno, če se oblika objekta ni statistično značilno spremenila.

4 TESTIRANJE MODELA DEFORMACIJ

Testiranje modela deformacij bomo izvedli za absolutne deformacijske meritve.

Včasih je model deformacij znan in za njegovo testiranje uporabimo deformacijska merjenja. Uporabimo lahko metodo testiranja B, če je deformacijski vektor znan v obliki:

$$\overline{\mathbf{d}}_B = \mathbf{c}_B \nabla \,, \tag{15}$$

kjer je:

$\mathbf{c}_B$ ... znan vektor in

∇ ... neznan skalar.

Testiranje modela deformacij naredimo s testiranjem naslednje hipoteze:

$H_0: \; E\left(\overline{\mathbf{d}}_B\right) = \mathbf{0}$; koordinate točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, se med dvema terminskima izmerama niso spremenile,

$H_a: \; E\left(\overline{\mathbf{d}}_B\right) \neq \mathbf{0}$; koordinate točk na objektu, relativno glede na osnovne točke, so se med dvema terminskima izmerama spremenile.

Tvorimo testno statistiko:

$$\omega_B = \frac{\mathbf{c}_B^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{BB} \overline{\mathbf{d}}_B}{\sigma_0 \sqrt{\mathbf{c}_B^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{BB} \mathbf{c}_B}} \,.$$

Testna statistika ω_B se porazdeljuje po centralni porazdelitvi F z eno prostostno stopnjo. Če je $\left|\omega_B\right| > \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}}$, ne moremo zavrniti ničelne hipoteze in sprejmemo model deformacij (15). Če je model deformacij pravilen, izračunamo mejo skalarja ∇, z jakostjo testa $1 - \beta_0$, ki je navadno 80 %, po enačbi:

$$\nabla_0 = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{\mathbf{c}_B^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_{BB} \mathbf{c}_B}} \,.$$

λ_0 izračunamo po enačbi (13), za dvorazsežne mreže po enačbi (14).

Mejo odgovarjajočega deformacijskega vektorja lahko zapišemo v končni obliki

$$\nabla_0 \overline{\mathbf{d}}_B = \mathbf{c}_B \nabla_0 \,.$$

V nekaterih primerih enostranski test ω_B zadostuje, če poznamo smer premika, ki podaja znan model deformacij in je včasih boljši od dvostranskega.

Mogoče so napake pri testiranju. Mogoče so tudi napake prvega in drugega reda pri testiranju testnih statistik. Odločitev, ali se je določena osnovna točka ali točka na objektu premaknila, pa je v veliki meri odvisna od uspešno odkritih grobih pogreškov med meritvami.

5 RAČUNSKI PRIMER

Uporabnost postopka Delft želimo prikazati na primeru iz literature (Mihailović in Aleksić, 1994). Popolnoma isti primer relativne geodetske mreže smo obdelali tudi po postopku Hannover in postopku Karlsruhe, zato skice mreže, vhodnih podatkov za izravnavi in izravnanih koordinat točk predhodne in tekoče izmere ne podajamo ponovno (glej Ambrožič, 2001 in Ambrožič, 2004). Pri vseh testih smo izbrali stopnjo značilnosti testa $\alpha = 0{,}05$.

V prvem koraku postopka Delft moramo posamezno terminsko izmero izravnati kot prosto mrežo in odkriti morebitno prisotne grobo pogrešene meritve. V preglednici 1 podajamo rezultate prvega koraka postopka Delft, kjer smo testno statistiko T_1 izračunali z enačbo 2.1 v Grigillo in Stopar, 2003.

	Predhodna izmera ($i=1$)	*Tekoča izmera* ($i=2$)
σ_{d_i}	5 *mm*	5 *mm*
σ_{s_i}	1″	1″
$\hat{\sigma}_{0_i}$	0,96990	1,15618
n_i	48	48
u_i	14 + 7	14 + 7
d_i	3	3
r_i	30	30
T_{1_i}	28,22	40,10

Preglednica 1: Rezultati prvega koraka postopka Delft

Ker je v obeh terminskih izmerah izračunana testna statistika manjša od kritične vrednosti $x^2_{30,0,95} = 43{,}77$, ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in trdimo, da med meritvami ni grobo pogrešenih meritev, ter lahko nadaljujemo deformacijsko analizo. Rezultat je seveda pričakovan, saj smo uporabili simulirane meritve. Navedli smo ga zaradi sistematičnosti podajanja celotnega postopka Delft.

V drugem koraku obravnavamo mrežo kot relativno geodetsko mrežo, saj ne vemo, katero točko naj obravnavamo kot osnovno in katero kot točko na objektu. Tako najprej opravimo testiranje spremembe oblike relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah. Izračunana testna statistika po enačbi (2) je 142,38.[3] Ker je testna statistika večja od kritične vrednosti pri izbrani stopnji značilnosti testa ($F_{11,\infty,0,95} = 1.79$), zavrnemo ničelno hipotezo (1) in trdimo, da je mreža spremenila obliko med dvema terminskima izmerama.

Ker smo ničelno hipotezo (1) zavrnili, to pomeni, da imamo v mreži tudi točke, ki so se statistično značilno premaknile. Tako moramo z nadaljnjimi testiranji poskusiti določiti tisti del mreže, ki ni spremenil oblike. To naredimo z iteracijskim postopkom. Vektor **d** in njemu pripadajočo matriko kofaktorjev koordinatnih razlik $\mathbf{Q_{dd}}$ razdelimo na dva dela, glej enačbi (3). Nato moramo še regularno matriko $\mathbf{Q}_{FF}$ transformirati v singularno z minimalno sledjo in defektom geodetskega datuma mreže d, z uporabo transformacije S – glej enačbi (5). Podobno storimo z vektorjem $\mathbf{d}_F$ – glej enačbo (6). Uporaba transformacije S je smiselna, ker predpostavimo, da del mreže,

[3] *Če bi testno statistiko izračunali z a priori varianco enote uteži, kot je zapisal soavtor postopka Delft Van Mierlo – glej opombo [1] pod enačbo (2), bi dobili 171,55.*

ki vsebuje točke z indeksom F, ni spremenil oblike. Za te točke torej ne moremo trditi, da niso stabilne, in jih lahko vzamemo kot točke, ki definirajo koordinatni sistem. Ker je v obravnavani relativni geodetski mreži sedem točk, v prvem iteracijskem koraku izračunamo sedem testnih statistik T_3, enačba (7), tako da prestavimo posamezno točko iz vektorja $\mathbf{d}_F$ v vektor $\mathbf{d}_B$. Najmanjša izračunana testna statistika T_3 za posamezno izločeno točko nam pove, da je kvadratna forma $\tilde{\mathbf{d}}_F^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{Q}}_{FF}^{+} \tilde{\mathbf{d}}_F$ v tej iteraciji najmanjša. To pomeni, da je pripadajoča izločena točka nestabilna, in jo izločimo iz vektorja $\mathbf{d}_F$ in matrike $\mathbf{Q}_{FF}$. Naslednje iteracije naredimo po opisanem postopku izločevanja točk, seveda brez predhodno izločenih točk. S postopnim izločanjem posamezne nestabilne točke iz dela mreže, ki naj bi bil domnevno stabilen, zmanjšujemo vrednost testne statistike T_3. Postopek iterativno ponavljamo toliko časa, da je izračunana testna statistika T_3 manjša od kritične vrednosti pripadajoče porazdelitvene funkcije – takrat ničelne hipoteze ne moremo zavrniti in z določenim tveganjem trdimo, da točke, ki so ostale v vektorju $\mathbf{d}_F$, mirujejo, izločene točke v vektorju $\mathbf{d}_B$ pa ne. Rezultate izločanja točk in pripadajočih testnih statistik T_3 podajamo v preglednici 2.

	1. iteracija	*2. iteracija*	*3. iteracija*	*4. iteracija*
Izločena točka	1			
T_3	**99,85** (**112,84**)			
Izločena točka	2	1, 2	1, 7, 2	
T_3	118,81 (134,26)	87,86 (99,29)	**26,02** (**29,40**)	
Izločena točka	3	1, 3	1, 7, 3	1, 7, 2, 3
T_3	133,26 (150,60)	84,48 (95,46)	45,61 (51,55)	**0,38** (**0,42**)
Izločena točka	4	1, 4	1, 7, 4	1, 7, 2, 4
T_3	164,74 (186,16)	115,89 (130,96)	106,07 (119,86)	21,02 (23,76)
Izločena točka	5	1, 5	1, 7, 5	1, 7, 2, 5
T_3	167,36 (189,13)	118,82 (134,27)	112.32 (126,92)	42,24 (47,73)
Izločena točka	6	1, 6	1, 7, 6	1, 7, 2, 6
T_3	173,14 (195,66)	116,28 (131,40)	106,24 (120,06)	43,20 (48,82)
Izločena točka	7	1,7		
T_3	108,67 (122,81)	**82,41** (**93,12**)		
m_F	6	5	4	3
f_F	9	7	5	3
$F_{f_F,\infty,1-\alpha}$	1,88	2,01	2,21	2,60

Preglednica 2: Izračunane testne statistikeT_3, števila prostostnih stopenj f_F in kritične vrednosti porazdelitvene funkcije $F_{f_F,\infty,1-\alpha}$.[4]

Iz preglednice 2 vidimo, da smo v prvi iteraciji iz vektorja $\mathbf{d}_F$ izločili točko 1, v drugi iteraciji točko 7 in v tretji iteraciji točko 2. Ko smo v četrti iteraciji iz $\mathbf{d}_F$ izločili točko 3, je bila testna statistika T_3 manjša od kritične vrednosti porazdelitvene funkcije pri stopnji zaupanja 95 % in 3 prostostnih stopnjah. Trdimo, da ima del mreže, ki ne vsebuje izločenih točk, to so točke 4, 5 in 6, nespremenjeno obliko med obema terminskima izmerama, te tri točke se torej niso premaknile.

[4] *Če bi testno statistiko T_3 izračunali, kot je zapisal soavtor postopka Delft Van Mierlo, bi dobili vrednosti, zapisane v oklepajih – glej opombo [1] pod enačbo (2).*

Za kontrolo smo v četrti iteraciji nadaljevali izračun testnih statistik T_3 z izločanjem točk 4, 5 in 6 ter potrdili trditev, da se točke 4, 5, in 6 niso premaknile. Dodajmo še, da je bil vrstni red izločanja točk, ki so se statistično značilno premaknile, popolnoma enak kot pri uporabi postopka Hannover in Karlsruhe (glej Ambrožič, 2001 in Ambrožič, 2004).

Testiranja spremembe velikosti in zasuka relativne geodetske mreže v dveh terminskih izmerah nismo izvedli, saj smo v pravkar opisanem koraku dokazali, da je del mreže spremenil obliko.

V tretjem koraku ne opravimo testiranja modela deformacij, saj smo v 4. poglavju spoznali, da testiranje izvedemo le za absolutna deformacijska merjenja.

6 SKLEP

Eden izmed postopkov deformacijske analize je postopek Delft, ki smo ga v članku podrobno predstavili. Glavne značilnosti tega postopka so odkrivanje grobih pogreškov med meritvami in ločena izravnava posameznih terminskih izmer, testiranje skladnosti celotne mreže ali posameznega dela mreže, testiranje premikov posameznih referenčnih točk in (ali) točk na objektu, na koncu pa še testiranje modela deformacij (za absolutne deformacijske meritve) in izračun velikosti ter smeri premikov točk v geodetski mreži.

	Točka	1	2	3	4	5	6	7
Simulirano	d_y [mm]	– 20,0	– 30,0	25,0	0,0	0,0	0,0	25,0
	d_x [mm]	– 34,6	52,0	– 43,3	0,0	0,0	0.0	43,3
	d [mm]	40,0	60,0	50,0	0,0	0,0	0.0	50,0
	ν [ş]	210	330	150	–	–	–	30
Delft	$\hat{d}_y$ [mm]	– 19,4	– 38,1	21,4	0,7	– 0,8	0,0	24,0
	$\hat{d}_x$ [mm]	– 37,5	49,5	– 43,5	1,0	– 2,3	1,3	42,9
	d [mm]	42,2	62,5	48,5	1,2	2,4	1,3	49,2
	ν [ş]	207	322	154	35	199	0	29
	Nestabilna	da	da	da	ne	ne	ne	da
Karlsruhe	$\hat{d}_y$ [mm]	– 19,7	– 38,8	20,6	–	–	–	23,6
	$\hat{d}_x$ [mm]	– 38,0	49,0	– 44,4	–	–	–	42,9
	d [mm]	42,8	62,5	48,9	–	–	–	49,0
	ν [ş]	207	322	155	–	–	–	29
	Nestabilna	da	da	da	ne	ne	ne	da
Hannover	d_y [mm]	– 19,6	– 38,7	20,6	– 4,0	– 6,4	3,3	23,6
	d_x [mm]	– 38,0	49,0	– 44,3	5,1	– 7,1	– 10,6	42,9
	d [mm]	42,8	62,4	48,9	6,5	10,0	11,1	49,0
	ν [ş]	207	322	155	322	222	163	29
	Nestabilna	da	da	da	ne	ne	ne	da

Preglednica 3: Primerjava izračunanih koordinatnih razlik po postopku Delft, Karlsruhe in Hannover s simuliranimi koordinatnimi razlikami v [mm].

Na podanem rešenem primeru prikazujemo uporabnost postopka Delft. Rezultate, ki smo jih podali v preglednicah 2 in 3, smo izračunali s programom DAD (Deformacijska Analiza Delft, ver. 1.0), ki smo ga sami sestavili. Izračunani rezultati so podobni rezultatom, izračunanim po postopku Hannover (Ambrožič, 2001) in postopku Karlsruhe (Ambrožič, 2004). V preglednici 3 primerjamo izračunane koordinatne razlike po vseh treh postopkih s simuliranimi koordinatnimi razlikami.

Iz preglednice 3 vidimo, da so tudi premiki nestabilnih točk primerljivi s simuliranimi. Na podlagi izračunanih rezultatov lahko ugotovimo, da je postopek Delft, enako kot postopka Hannover in Karlsruhe, uporaben za določitev stabilnosti točk v geodetski mreži.

Literatura in viri:

Ambrožič, T. (2001). Deformacijska analiza po postopku Hannover. Geodetski vestnik, 45(1-2), 38–53.

Ambrožič, T. (2004). Deformacijska analiza po postopku Karlsruhe. Geodetski vestnik, 48(3), 315–331.

Caspary, W. F. (1988). Concepts of Network and Deformation Analysis. Kensington: The University of New South Wales, School of Surveying.

Grigillo, D., Stopar, B. (2003). Metode odkrivanja grobih pogreškov v geodetskih opazovanjih. Geodetski vestnik, 47(4), 387–403.

Heck, B., Kok, J. J., Welsch, W., M., Baumer, R., Chrzanowski, A., Chen, Y. Q., Secord, J. M. (1982). Report of the FIG-working group on the analysis of deformation measurements. V: I. Joó in A. Detreköi (ur.), 3rd International Symposium on Deformation Measurements by Geodetic Methods (str. 337–415). Budapest: Akademiai Kiadó.

Heck, B. (1983). Das Analyseverfahren Des Geodätischen Instituts Der Universität Karlsruhe Stand 1983. V W. Welsch (ur.), Deformationsanalysen '83: Geometrische Analyse und Interpretation von Deformationen Geodätischer Netze (str. 153–182). München: Hochschule der Bundeswehr. Knjiga 9.

Marjetič, A., Stopar, B. (2007). Geodetski datum in S-transformacija. Geodetski vestnik, 51(3), 549–564.

Van Mierlo, J. (1978). A testing procedure for analysing geodetic deformation measurements. V: L. Hallermann (ur.), Proceedings of the II. International Symposium on Deformation Measurements by Geodetic Methods, Bonn/Germany (str. 321–353). Stuttgart: Konrad Wittwer.

Mihailović, K., Aleksić, I. R. (1994). Deformaciona analiza geodetskih mreža. Beograd: Gradjevinski fakultet, Institut za geodeziju.

Niemeier, W. (1985). Deformationsanalyse. V: H. Pelzer (ur.), Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II (str. 559–623). Stuttgart: Konrad Wittwer.

Prispelo v objavo: 4. oktober 2011
Sprejeto: 28. februar 2012

dasist. dr. Aleš Marjetič, univ. dipl. inž. geod.
FGG – Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana
e-pošta: ales.marjetic@fgg.uni-lj.si

Matjaž Zemljak, univ. dipl. inž. geod.
KOSTAK d.d., Leskovška cesta 2a, SI-8270 Krško
e-pošta: matjaz.zemljak@kostak.si, mzemljak@gmail.com

izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič, univ. dipl. inž. geod., univ. dipl. inž. rud.
FGG – Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana
e-pošta: tomaz.ambrozic@fgg.uni-lj.si