

# GPS-VIŠINOMERSTVO S POMOČJO RTK-METODE IZMERE

GPS LEVELLING USING THE RTK METHOD OF SURVEYING

*Marko Goleš, Miran Kuhar*

UDK: 528.28

## POVZETEK

Članek obravnava GPS-višinomerstvo z uporabo RTK-metode izmere. Opisan je avtomatiziran postopek pridobivanja nadmorskih višin na terenu v realnem času s podporo prenosnega računalnika. Postopek vključuje izračun lokalne ploskve geoida. Izvedena je analiza natančnosti tako pridobljenih višin. Ocenjena je praktična uporabnost metode določanja nadmorskih višin z RTK-metodo prek ploskve lokalnega geoida.

Klasifikacija prispevka po COBISS-u: 1.04

## ABSTRACT

The paper focuses on the GPS height determination, using the RTK surveying method. The work presents an automated procedure of calculating heights above sea level in real-time with the support of a portable computer. The procedure of calculating the local geoid surface is presented. The obtained height accuracy was estimated. Also, the practical applicability of the GPS levelling method was evaluated.

## KLJUČNE BESEDE

višinomerstvo, RTK, VRS, lokalna ploskev geoida, nadmorska višina, elipsoidna višina, geoidna višina

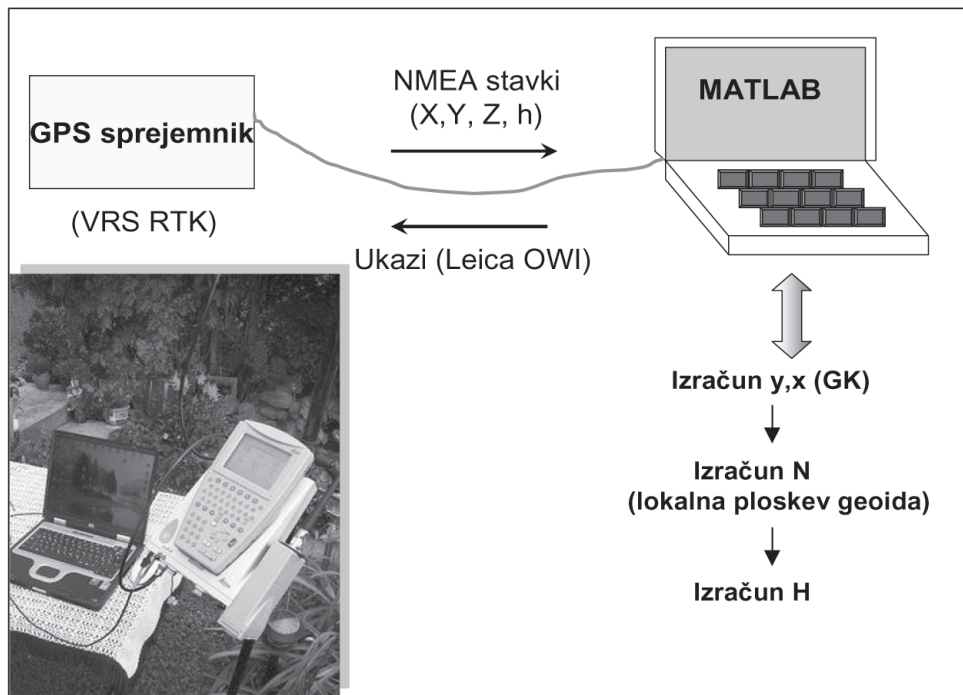
## KEY WORDS

height determination, Real-Time-Kinematics, VRS, local geoid surface, height above sea level, ellipsoidal height, geoid height

## 1 UVOD

Klasični metodi višinomerstva, kot sta geometrični nivelman in trigonometrično višinomerstvo, sta postopkovno zahtevni in časovno dolgotrajni; pri meritvah moramo biti natančni. GPS- višinomerstvo ima prednost. Postopek določitve nadmorske višine s pomočjo sprejemnika GPS je lahko enostaven, hiter in avtomatiziran.

Preizkusili smo, kako lahko z GPS-sprejemnikom s pomočjo prenosnega računalnika na terenu v realnem času pridobivamo nadmorske višine, in sicer prek lokalne ploskve geoida. Zanimalo nas je tudi, kakšna je dosežena natančnost tako pridobljenih višin, kakšna so odstopanja od višin točk v državni mreži ter kakšna je praktična uporabnost metode določanja nadmorskih višin z metodo RTK, posredno prek izračuna ploskve lokalnega geoida.



Slika 1: Shema poteka meritev in izračuna.

Sprejemnik GPS smo prek serijskega kabla povezali s prenosnim računalnikom, v katerem je program (napisan v okolju Matlab) med potekom izmere sprejemal kartezične koordinate ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ), elipsoidne višine  $h$  ter ustrezne standardne odklone ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_h$ ). Koordinate stojišča program pretvori v Gauss-Krügerjeve koordinate. Iz teh in vnaprej podanih nadmorskih višin danih točk izračuna program elemente ploskve lokalnega geoida. Ploskev lokalnega geoida omogoča interpolacijo geoidne višine v točki in tako tudi izračun neznane nadmorske višine. Z uporabo zakona o prenosu varianc in kovarianc je možno izračunati tudi končni standardni odklon nadmorske višine. Izračun je izveden v realnem času na terenu in praktično takoj po opravljenih meritvah (v do 10 sekundah). Shema poteka meritev je predstavljena na sliki 1.

## 2 IDEJNI POSTOPEK GPS-VIŠINOMERSTVA PREK LOKALNE PLOSKVE GEOIDA

Geoid je ničelna nivojska ploskev, ki jo lahko predstavimo kot srednjo gladino svetovnih morij, navidezno podaljšano pod celinami. Ortometrična višina  $H$  je definirana kot dolžina težiščnice med geoidom in točko na površju. Geoidna višina  $N$  je razdalja med referenčnim elipsoidom in geoidom, elipsoidna višina  $h$  pa je razdalja po normali med elipsoidom in točko na površju. Geoidna in elipsoidna višina sta odvisni od izbranega referenčnega elipsoida. Enačba GPS-višinomerstva je:  $H = h - N$ . V Sloveniji so dejansko v uporabi normalne ortometrične višine, ki jih bomo v nadaljevanju imenovali kar nadmorske višine.

Izračunani model geoida je običajno podan v pravilni celični mreži – gridu. Tako organizirane

podatke lahko uporabimo tudi pri izračunu nadmorskih višin na osnovi absolutnega modela geoida Slovenije. Njegov izračun je opisan v doktorski disertaciji B. Pribičevića (Pribičević, 2000). Ocenjena natančnost geoidnih višin v modelu je dokaj visoka in homogena za celotno ozemlje Slovenije ter znaša od 2 cm do 3 cm. Žal so primeri v praksi pokazali, da so lahko odstopanja med izračunanimi geoidnimi višinami iz modela in tistimi, določenimi iz meritev, tudi do 20 cm (Urbanč, 2007).

Geoidne višine se lokalno zelo malo spreminjajo (nekaj centimetrov na km), zato lahko ploskev geoida na majhnih območjih aproksimiramo z regresijsko ploskvijo. Ploskev geoida za obravnavano območje predstavimo z enačbo ravnine. V praksi to pomeni, da glede na dane točke poskušamo umestiti ravnino na način, da je vsota kvadratov odstopanj višin danih točk do ploskve minimalna. Analitično je torej lokalni geoid na območju GPS-mreže predstavljen s pomočjo polinoma prve stopnje v obliki:

$$N = A \cdot y' + B \cdot x' + C.$$

kjer so:  $N$  geoidna višina;  $y'$  in  $x'$  Gauß-Krügerjevi koordinati, ki se nanašata na težišče točk v mreži GPS;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  so koeficienti ravnine, določeni po metodi najmanjših kvadratov. Za težiščno točko velja: koeficienta  $A$  in  $B$  sta razlika naklona tangentne ravnine na elipsoid in ustrezne geoidne ploskve ( $A$  naklon vzhod-zahod,  $B$  naklon sever-jug). Koeficient  $C$  je vzporedni odmik elipsoida od geoida. Za vsako dano točko sestavimo enačbo in dobimo sistem enačb. Za rešitev koeficientov, ki določajo ploskev geoida, potrebujemo najmanj 3 enačbe s tremi neznankami, to je 3 dane točke z znano elipsoidno in nadmorsko višino. Če imamo več kot 3 dane točke, imamo nadštevilna opazovanja, kar pomeni, da lahko opravimo izravnavo. Izračunani koeficienti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nekega območja nam tu določajo lokalno ploskev geoida v obliki ravnine. Za poljubno točko na tem območju z znanima ravninskima koordinatama lahko določimo njeno geoidno višino prek enačbe ravnine. Vse, kar moramo storiti, je, da preračunani koordinati  $x$  in  $y$  te točke vstavimo v polinom.

Vprašanje je, koliko je lahko veliko območje, ki ga zajema lokalna ploskev geoida v obliki ravnine. V ne preveč hribovitem svetu je lahko velikost območja tudi do 100 km<sup>2</sup> (Illner, Jäger, 1995).

Za izračun geoidne višine uporabimo predhodno izračunano enačbo lokalnega geoida, pri čemer smo najprej Gauß-Krügerjeve koordinate  $(y, x)$  nove točke preračunali na težišče mreže  $(y_0, x_0)$ :

$$y'_i = y_i - y_0, \quad x'_i = x_i - x_0.$$

Varianco interpolirane geoidne višine  $\sigma_N^2$  izračunamo po zakonu o prenosu varianc in kovarianc:

$$\sigma_N^2 = \left( \frac{\partial N}{\partial A} \right)^2 \cdot \sigma_A^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial B} \right)^2 \cdot \sigma_B^2 + \left( \frac{\partial N}{\partial C} \right)^2 \cdot \sigma_C^2$$

$$\sigma_N^2 = (y')^2 \cdot \sigma_A^2 + (x')^2 \cdot \sigma_B^2 + \sigma_C^2$$

Natančnost ocenjenih vrednosti neznank (standardne odklone  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$ ,  $\sigma_C$ ) lahko pridobimo že pred samo izravnavo s pomočjo matrike kofaktorjev in uporabo referenčne variance a-priori. Zaradi numerične velikosti koeficientov A in B (prva pomembna cifra je na sedmem decimalnem mestu, glej preglednico 1) natančnost koordinat točk ne vpliva na natančnost določitve geoidne višine  $N$ .

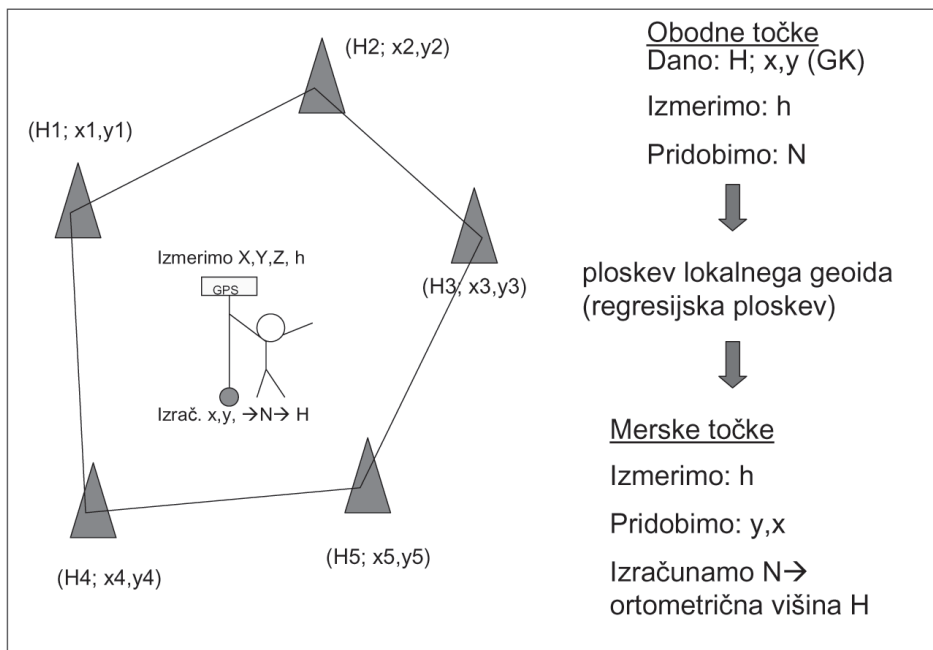
Natančnost določitve nadmorske višine lahko ocenimo iz enačbe:

$$H = h - N.$$

Če poznamo natančnost določitve elipsoidne ter geoidne višine ( $\sigma_h$ ,  $\sigma_N$ ), lahko s pomočjo zakona o prenosu varianc in kovarianc ocenimo varianco  $H$ :

$$\sigma_H^2 = \sigma_h^2 + \sigma_N^2.$$

Celoten postopek smo shematično predstavili na sliki 2 (Goleš, 2007).



Slika 2: Postopek določitve nadmorske višine.

### 3 MERSKI POSTOPEK

Pri izbiri instrumentarija smo upoštevali dejstvo, da nas je že v osnovi naloge zanimala najboljša dosežena natančnost nadmorskih višin po metodi RTK. Za nalogo smo izbrali geodetski dvofrekvenčni sprejemnik GPS GX1230 (sistem Leica 1200). Sprejemnik nam je za potrebe terenskih meritev posodilo podjetje Geoservis. Pri metodi RTK sprejemnik dosega običajno

standardno centimetrsko natančnost. Ob uporabi omrežja permanentnih postaj, v našem primeru sistema VRS, možnost pogreškov z naše strani ob postavitvi baznega stojišča odpade.

GPS-sprejemnik na grobo sestavljajo GPS-kartica (board/engine), vir energije (baterije), pomnilnik (shranjevanje podatkov) ter antena. Srce vsakega sprejemnika je GPS-kartica, ki omogoča sprejemanje satelitskih signalov. V našem primeru je to kartica iz družine OEM GPS-kartic kanadskega podjetja Novatel (Novatel, 2006). Firma Leica uporablja za komuniciranje z GPS-kartico dva avtorsko zaščitena protokola. Prvi je ASCII-protokol OWI (Outside World Interface), katerega smo pri komunikaciji s sprejemnikom uporabljali tudi mi. Drugi je binarni protokol LB2 (Leica Binary 2 Interface), (Leica Geosystem, 2006).

Sprejemniku prek Matlaba pošljemo ukaze, ki nadzirajo tip in frekvenco registracije opazovanj. Nato z dodatnim ukazom te količine prenesemo v prenosni računalnik, ki jih obdela.

#### 4 PRAKTIČEN PRIMER

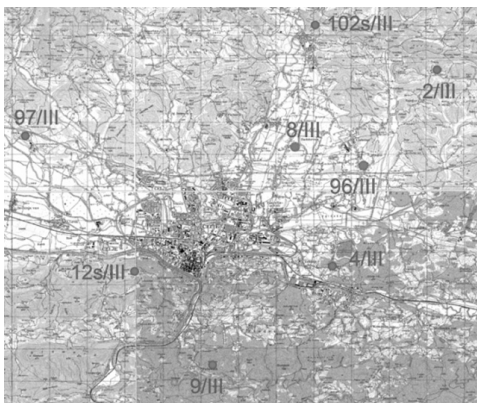
Aplikacijo smo testiral na točkah okvirne GPS-mreže Celje 2004. Mrežo tvori 8 trigonometričnih točk tretjega reda (slika 3).

Skupno smo opravili meritve 40 točk. Meritve na terenu smo opravili v treh dneh:

- 1. dan - 1. julij 2006: izmera 13 točk  
(43, 132, 521, 545, 3378, 3381, 3735, 3864, 4005, 4203, 4452, 4961, 4981);
- 2. dan - 3. julij 2006: izmera 12 točk  
(3s, 19, 592, 828, 967, 1042, 3707, 4021, 4722, 4843, 4947, 5056);
- 3. dan - 4. julij 2006: izmera 15 točk  
(44z2, 45, 112, 148, 181, 271, 304, 369, 406, 531, 2658, 3400, 3526, 4850, 4896).

Postopek izmere RTK je bil naslednji: po uspešni inicializaciji smo na točki držali togo grezilo v vertikalnem položaju in medtem na prenosnem računalniku v Matlabu zagnali program. Na vsaki točki smo izvedli 6 meritev. Končne koordinate so bile pridobljene s povprečenjem. Po končanih meritvah je program opravil transformacije in izračunal nadmorsko višino s pripadajočo natančnostjo. Rezultati so se izpisali v izhodno tekstovno datoteko. V drugo izhodno datoteko so se izpisali surovi podatki opazovanj (stavki NMEA).

Dane točke se nahajajo na vzpetinah z dobro odprtostjo terena proti jugu (razen točk 8/III, 96/III, ki sta na ravnini). V naravi so točke označene in stabilizirane z betonskimi ali granitnimi kamni. Vsaka točka okvirne GPS-mreže ima dane Gauß-Krügerjeve koordinate ter nadmorsko višino. Višine nekaterih dostopnih točk so določene z metodo geometričnega nivelmana (privzeta natančnost 4 mm), medtem ko so ostale točke določene po metodi trigonometričnega višinomerstva (privzeta natančnost je 3 cm, na Grmadi pa 1 dm). Razpon natančnosti je dokaj velik, vendar je danes težko najti navezovalno mrežo v Sloveniji, kjer bi bile višine večine točk določene z geometričnim nivelmanom.



Slika 3: Točke okvirne GPS-mreže Celje 2004.

Za določitev ploskve geoida smo morali na danih točkah izmeriti elipsoidne višine  $h$ . Te smo pridobil z metodo RTK VRS (Omrežje SIGNAL, 2006). Pri tem smo koordinate določili na osnovi približno 40 meritev na isti točki.

Na začetku smo izračunali dve ploskvi lokalnega geoida brez notranjih točk 8/III, 96/III: prvo različico brez obodne točke 9/III (Grmada) in drugo različico z upoštevanjem točke 9/III. Z uporabo različnih kombinacij danih točk smo kasneje izračunali še dodatne lokalne ploskve geoida. Vseh ploskev je bilo skupaj 20. Več različic geoida služi tudi za kontrolo grobih pogreškov. Na ta način je možno izločiti dane točke z napačno nadmorsko višino.

Primer izhodne datoteke, kot jo poda program v Matlabu, podaja preglednica 1.

```

*****
Izmerjene in izracunane koordinate in visine tocke po metodi RTK
*****
Datum: 01-Jul-2006   Ura: 17:41   Avtor: Goleš Marko, GEO UNI
-----

Izmerjene kartezične ETRS89 koordinate:
----X-----Y-----Z----- sigma_X--sigma_Y- sigma_Z-----
4262813.9553   1161500.4323   4584976.0670   0.0077   0.0047   0.0110
-----

Uporabljeni transformacijski parametri:
---dX-----dY-----dZ-----wx-----wy-----wz-----m-----
-380.9279   -63.4944   -558.9086   0.0000   0.0000   -0.0001   -0.00001302
-----

Transformirane Bessel kartezične koordinate:
----X-----Y-----Z----- sigma_X--sigma_Y--sigma_Z-----
4262144.5447   1161703.8032   4584502.5920   0.0077   0.0047   0.0110
-----

```

```

-----
Gauss-Kruegerjeve koordinate:
---x-----y-----sigma_x--sigma_y-----
123278.9113   518992.9546           0.0093   0.0049
-----

Parametri lokalnega geoida:
---A-----B-----C-----sigma_A---sigma_B---sigma_C-----
-0.00001454   0.00002217   46.45787569   0.000001   0.000002   0.005080
-----

Geoidna višina N ter nadmorska višina H za točko (x,y):
---N-----sigma_N-----H-----sigma_H-----
46.4892      0.0069           244.4455      0.0124
-----

```

Preglednica 1: Primer izhodne tekstovne datoteke.

## 5 REZULTATI

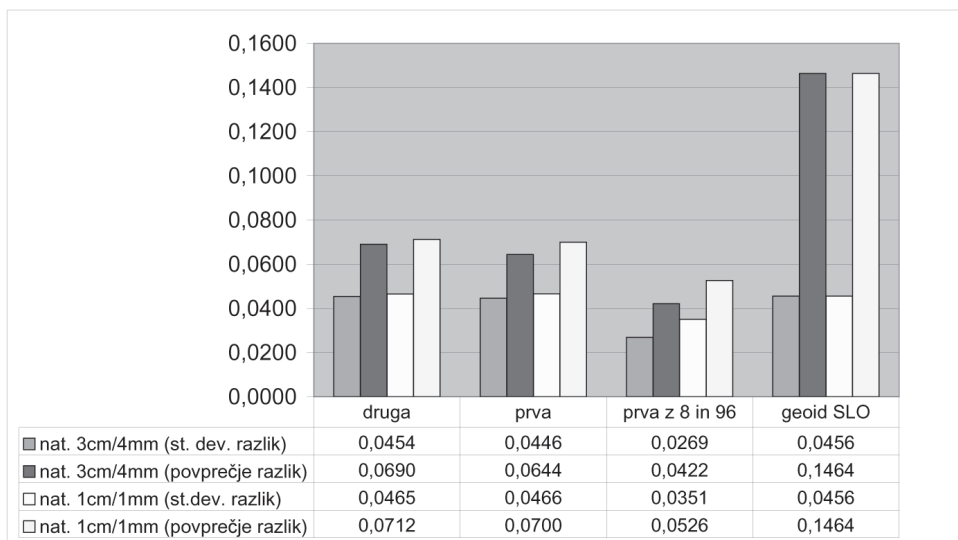
Izračunane nadmorske višine smo primerjali z danimi, uradnimi višinami točk. Izkazalo se je, da so rezultati zelo odvisni od uporabljene različice lokalne ploskve geoida. Izračunane višine in natančnosti se z različnimi različicami geoida spreminjajo. Razlog je spreminjanje regresijske ploskve. Natančnost se slabša z oddaljevanjem od težiščne točke. Razvidno je tudi, da je natančnost dobljene višine odvisna od števila danih točk. Z dodajanjem danih točk se večja natančnost izračunane nadmorske višine. Z dodajanjem točk v notranjosti območja (točki 8/III in 96/III) smo ploskev geoida “znižali” za nekaj centimetrov.

V nadaljevanju smo se osredotočili na naslednje različice ploskev geoidov:

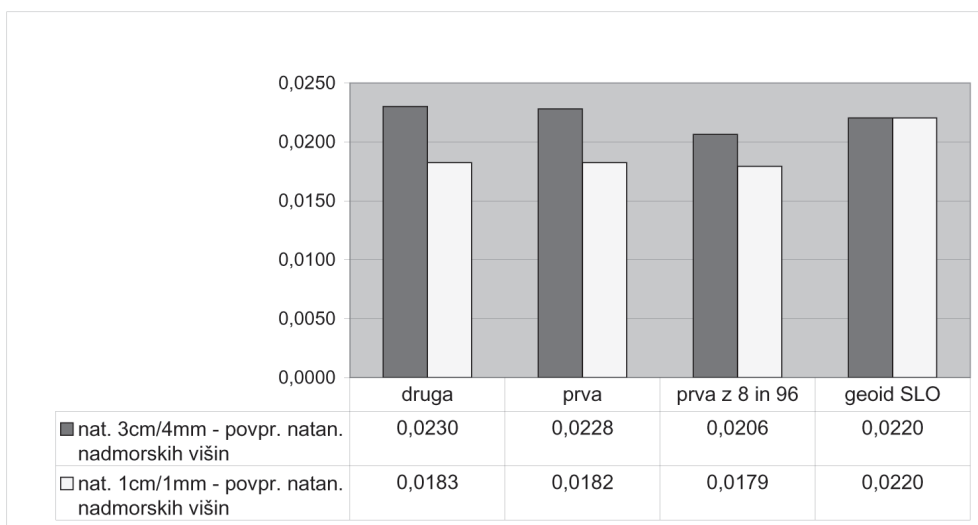
Prva, druga, prva s točko 8 in 96 ter Geoid-SLO (nadmorska višina, določena z uporabo absolutnega modela geoida Slovenije), preglednica 2.

Različica geoida	Obodne točke	$x_0$	$y_0$	Naklon m/km	Azimut
Druga	102s/III, 12s/III, 2/III, 4/III, 9/III, 97/III	122945.437	522128.425	0.019	332.801
Prva	102s/III, 12s/III, 2/III, 4/III, 97/III	124031.128	522291.974	0.022	335.191
Prva s točko 8 in 96	102s/III, 12s/III, 2/III, 4/III, 8/III, 96/III, 97/III	124004.774	522887.524	0.028	323.668

Preglednica 2: Podrobneje predstavljene rešitve lokalne ploskve geoida.



Graf 1: Primerjave absolutnih razlik  $H-H(\text{dana})$  za posamezne različice izračuna nadmorskih višin (natančnosti danih točk  $sH(\text{trig.}) = 3 \text{ cm}$ ,  $sH(\text{niv.}) = 4 \text{ mm}$  in  $sH(\text{trig.}) = 1 \text{ cm}$ ,  $sH(\text{niv.}) = 1 \text{ mm}$ ).



Graf 2: Primerjave ocene natančnosti izračunanih nadmorskih višin za posamezne različice izračuna nadmorskih višin (natančnosti danih točk  $sH(\text{trig.}) = 3 \text{ cm}$ ,  $sH(\text{niv.}) = 4 \text{ mm}$  in  $sH(\text{trig.}) = 1 \text{ cm}$ ,  $sH(\text{niv.}) = 1 \text{ mm}$ ).

Rezultati iz grafa 1 kažejo na to, da so absolutne razlike med izračunano in dano nadmorsko višino večje pri večji natančnosti danih točk. Prav tako rezultati kažejo, da je izračunana lokalna ploskev geoida odvisna od danih natančnosti nadmorskih višin danih točk. Torej bi za prave vrednosti ploskev geoidov morali poznati točne podatke o natančnosti danih točk.



Vprašanje je tudi natančnost elipsoidnih višin določenih z metodo RTK-VRS. Za dane točke je povprečna  $s_h = 0,014$  m. Povprečna natančnost novih točk je  $s_h = 0,016$  m. Standardni odkloni določitve elipsoidne višine na novih točk se gibljejo med 0,011 m in 0,033 m. Dejstvo je, da se natančnost višinomerstva RTK mora raziskati podrobneje.

Na koncu smo izračunali povprečno ocenjeno natančnost nadmorskih višin iz posameznih različnih lokalnih geoidov glede na natančnost danih točk (graf 2). Drugi primer za  $sH(\text{trig.}) = 1$  cm,  $sH(\text{niv.}) = 1$  mm je celo preveč optimističen.

Iz te primerjave vidimo, da se natančnost izračunanih nadmorskih višin točk ne slabša prenosorazmerno s slabšanjem natančnosti danih točk (natančnost se slabša počasneje).

## 6 ZAKLJUČEK

V primerjavi s klasičnimi metodami višinomerstva je postopek določitve nadmorske višine preko lokalne ploskve geoida zelo hiter in učinkovit.

Pri GPS-višinomerstvu po metodi RTK je problematična natančnost danih točk, ki določajo lokalno ploskev geoida. Odvisna je od natančnosti določitve elipsoidne in nadmorske višine. A priori standardni odkloni vplivajo na izračunano regresijsko ploskev geoida. Čim bolj realna ocena natančnosti in elipsoidnih in nadmorskih višin danih točk je zato zelo pomembna. Pri a priori ocenjeni natančnosti danih točk  $s_h = 4$  mm za nivelirane točke in  $s_h = 3$  cm za trigonometrično določene višine so natančnosti izračunanih nadmorskih višin primerljive z natančnostjo višin, pridobljenih z uporabo absolutnega modela geoidna Slovenije. Ocenjene natančnosti  $H$  na testnem območju Celja so v razponu med 2,0 in 2,3 cm. Vendar pa so te ocene odvisne od ocen natančnosti višin danih točk.

Problem je tudi ugotavljanje natančnosti metode RTK-izmere, saj pravih višin točk ne poznamo zanesljivo. Za odstopanja izračunanih višin od danih, uradnih višin je možnih več vzrokov:

- Slabo določene elipsoidne višine točk (primernost RTK-metode izmere).
- Slaba aproksimacija ploskve lokalnega geoida (aproksimacija z ravnino). V našem primeru velikost območja in razgibanost reliefa skoraj zanesljivo ne vplivata na natančnost aproksimacije lokalnega geoida z ravnino.
- Slabo določene višine danih točk (netočne dane vrednosti); to je lahko povezano tudi s premiki zaradi lokalnih razmestitev mas (plazenje, lokalna posedanja ali dvigovanja zaradi slabe stabilizacije točk) ali pa širšega geodinamičnega dogajanja na celjskem območju.

Pri danih točkah s privzeto natančnostjo  $s_h = 4$  mm (nivelirane točke) in  $s_h = 3$  cm (trigonometrično določene točke) je povprečna točnost izračunanih nadmorskih višin (absolutna razlika  $H - H_{\text{dana}}$ ) približno 7 cm, z dodatnima danima točkama 8/III in 96/III v notranjosti oboda prve različice geoida pa približno 4 cm. Nadmorske višine z uporabo absolutnega modela geoida Slovenija imajo povprečno natančnost 14,6 cm. Zanimivo je, da se na območju Celja z višanjem a priori natančnosti višin danih točk povprečna ocenjena natančnost izračunanih nadmorskih višin slabša. Razlog je "znižanje" ploskve geoida za nekaj centimetrov.

V prihodnosti bo treba izvesti še dodatne meritve, in sicer uporabo predstavljene aplikacije za določitev višin reperjev. Zaenkrat višinomerstvo GPS RTK še ni uporabno za določitev nadmorskih višin s centimetrsko natančnostjo, in to vse dokler ne bomo zanesljivo poznali natančnosti nadmorskih višin danih točk in dokler ne bo podrobneje raziskana natančnost določitve elipsoidnih višin z metodo RTK VRS. V natančnem višinomerstvu bo še naprej prevladovala klasična metoda geometričnega nivelmana.

## ZAHVALA

Za nasvete, pomoč in podporo pri izvedbi terenskih meritev in izpeljavo naloge bi se radi zahvalili naslednjim osebam: mag. Klemenu Kozmusu (UL FGG), Borisu Lešniku, Branku Novaku - GEOFOTO d.o.o., Žarku Komadini - GURS glavni urad, Danijelu Majcnu - GURS izpostava Celje, Gregorju Bilbanu - GEOSERVIS d.o.o. in Hansu-Gerdu Düncku-Kerstu - Allsat GmbH.

Zahvaljujeva se tudi recenzentoma, ki sta s svojimi koristnimi pripombami prispevala k boljši razumevnosti in preglednosti članka.

## Literatura in viri:

*Illner, M., Jäger, J. (1995). Integration von GPS-Höhen ins Landesnetz – Konzept und Realisierung mit Programmsystem HEIDI. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 1 (102), 1–18.*

*Goleš, M. (2007). GPS-višinomerstvo s pomočjo RTK-metode izmere, Diplomaska naloga, Ljubljana, UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.*

*Leica Geosystems, pridobljeno 1. 7. 2006 s <http://www.leica-geosystems.com>*

*Novatel, pridobljeno 1. 7. 2006 s <http://www.novatel.com>*

*Pribičević, B. (2000). Uporaba geološko-geofizičnih in geodetskih baz podatkov za računanje ploskve geoida Republike Slovenije. Doktorska disertacija. Ljubljana, UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.*

*Omrežje SIGNAL, pridobljeno 4. 7. 2006 s <http://www.gu-signal.si>*

*Urbanč, M. (2007). Ocena natančnosti geoidnega modela Slovenije, Diplomaska naloga, Ljubljana, UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.*

**Prispelo v objavo: 1. april 2008**

**Sprejeto: 27. maj 2008**

**Marko Goleš, univ. dipl. inž. geod.**

*Geoides d.o.o., Ul. XIV. divizije 14, 3000 CELJE*

*E-pošta: marko.goles@gmail.com*

**doc. dr. Miran Kuhar, univ. dipl. inž. geod.**

*UL FGG, Jamova 2, 1000 Ljubljana*

*E-pošta: mkuhar@fgg.uni-lj.si*