

POT DO NOVEGA MODELA  
GEOIDA V SLOVENIJITOWARDS A NEW GEOID  
MODEL OF SLOVENIA*Miran Kuhar*UDK: 528.21  
Klasifikacija prispevka po COBISS.SI: 1.01  
Prispelo: 20. 4. 2017  
Sprejeto: 30. 5. 2017DOI: 10.15292//geodetski-vestnik.2017.02.187-200  
SCIENTIFIC ARTICLE  
Received: 20. 4. 2017  
Accepted: 30. 5. 2017

## IZVLEČEK

Model geoida je eden od sestavnih delov državnega koordinatnega sistema. V prispevku predstavimo pomen in vlogo določanja geoida v geodeziji in drugih sorodnih geovedah. Podana je osnovna razlika med geoidom in kvazigeoidom, saj je odločitev vsake države za ustrezen model odvisna od izbire uradnega višinskega sistema. Predstavljene so sodobne metode določitve (kvazi)geoidne ploskve. Podana je kratka zgodovina določanja geoida na območju Slovenije, za vsako rešitev smo opisali osnovne značilnosti. Na koncu smo predstavili delo, ki so ga sodelavci treh ustanov opravili v okviru projekta vzpostavitve novega prostorskega geodetskega referenčnega sistema v okviru priprav za določitev novega geoidnega modela Slovenije.

## ABSTRACT

The geoid model is a component of the national coordinate system. This paper presents the main concept and role of the geoid within geodesy and other geo-sciences. The fundamental differences between geoid and quasigeoid are given, since the decision of each country for the appropriate model depends on the choice of the official height system. Current (quasi)geoid determination methods are presented. The history of the geoid models determined for the territory of Slovenia are briefly described, and the main characteristics are outlined for each solution. At the end, preparatory work performed in the frame of the project of the establishment of the new national spatial coordinate system within the field of a new geoid model determination are presented.

## KLJUČNE BESEDE

geoid, kvazigeoid, višinska referenčna ploskev, določitev geoida, vertikalna sestavina državnega prostorskega koordinatnega sistema

## KEY WORDS

geoid, quasigeoid, heght reference surface, geoid determination, vertical component of the national spatial coordinate system

## 1 UVOD

Po klasični Helmertovi opredelitvi so naloge geodezije določitev Zemljine oblike, njenega zunanjega težnostnega polja in upodobitev njenega površja. Zaradi izjemnega tehnološkega napredka geodetskih meritev in dosegljive natančnosti ne moremo mimo nove naloge geodezije: časovnega spremljanja predmetov preučevanja. Ko govorimo o obliki Zemlje, se lahko vprašamo, katera je to: fizična ali teoretična površina Zemlje. Nas relief, ki določa lastnosti Zemljine zunanje površine, ne zanima. Zanima nas površje oziroma oblika Zemlje, ki je določena z njenim težnostnim poljem, to pa je geoid. Geoid je po Gaussu ekvipotencialna ploskev zemeljskega telesa, ponazorjena s srednjo gladino svetovnih morij in v mislih podaljšana pod celinami. Geoid pa nikakor ni analitična ploskev. Te ploskve ne moremo izraziti z matematičnimi enačbami, saj se ukrivljenost geoida spreminja s spremembo reliefa in gostote mas v notranjosti Zemlje. Edina možnost izraziti ploskev geoida (celotne Zemlje) v obliki enačbe je razvoj privlačnega potenciala Zemlje v vrsto po sfernih funkcijah. Takšni obliki splošnega zemeljskega geoida pravimo globalni geopotencialni model (GGM, angl. *global geopotential model*) (Rapp, 1998) oziroma globalni model Zemljinega težnostnega polja (EGM, angl. *global gravity field model* ali tudi *Earth gravity* oziroma *gravitational model*) (Barthelme, 2009). Najbolj znana primera sta že dve desetletji stari EGM96 (Earth Gravity Model, 1996) (Lemoine in sod., 1998), pri katerem so prvič uporabili podatke z območja Slovenije, in danes aktualni EGM08 (Earth gravitational model, 2008) (Pavlis in sod., 2008). Razvoj in sedanje stanje na področju globalnih geopotencialnih modelov lahko bralec pridobi na spletnem naslovu Mednarodnega centra za globalne Zemljine modele (ICGEM, angl. *International Centre for Global Earth Models*) (ICGEM, 2017).

Geoid ni primeren za geodetska računanja in je torej kot referenčna ploskev, predvsem za določanje položaja, nadomeščen z rotacijskim elipsoidom. Odstopanja med elipsoidom in geoidom se imenujejo geoidne višine ali geoidne undulacije ter jih označujemo z  $N$ . Če se nanašajo na globalni, geocentrični elipsoid (na primer WSG84, GRS 80), so absolutne, če pa se nanašajo na relativni elipsoid (na primer Besslov), so relativne. Največje absolutne vrednosti geoidnih višin znašajo okrog  $-100$  m, v Indijskem oceanu južno od Indijskega polotoka. Odstopanja geoid – geocentrični elipsoid so relativno majhna, če jih primerjamo s srednjim polmerom Zemlje,  $R = 6371$  km. Geoidna višina  $100$  m predstavlja torej  $0,16\%$  srednjega polmera Zemlje. Zato se v večini enačb, s katerimi se računajo popravki merjenih geodetskih količin in kjer nastopata skupaj  $N$  in  $R$ , obravnava geoidna višina kot relativno zelo majhna količina.

Določanje geoida pomeni določanje oblike Zemlje oziroma določitev točno določene nivojske ploskve Zemljinega težnostnega polja, ki je podana z enačbo (Heiskanen in Moritz, 1996):

$$W = W(x,y,z) = W_0 \quad (1)$$

Geoid, kot ploskev konstantnega težnostnega potenciala ( $W_0$ ), poteka deloma zunaj, deloma znotraj Zemlje, zato je njegova določitev brez poznavanja razporeda gostote v notranjosti Zemlje izjemno težka naloga. Geoid je mogoče določiti samo posredno, z redukcijo merjenih vrednosti težnosti na geoid in uvedbo predpostavk o gostoti zemeljskih plasti v njeni notranjosti (Heiskanen in Moritz, 1996). Zaradi vseh navedenih težav je M. S. Molodenski v petdesetih letih prejšnjega stoletja podal novo zasnovo obravnave težnostnega polja. Odpovedal se je geoidu ter obravnaval samo fizično površino Zemlje in

težnostno polje okoli nje. Pri tem ni treba uvajati hipotez o notranjosti Zemlje. Tako nastala teorija je ustvarila nov pojem, tako imenovani kvazigeoid, ki pa je v tem primeru samo referenčna ploskev za določanje na novo opredeljenih normalnih višin (Vanicek, 1974).

## 2 VLOGA IN POMEN DOLOČANJA GEOIDA

Vlogo geoida v geodeziji lahko obravnavamo na dva načina. Prvič z zgodovinskega stališča, pri čemer razdelimo geodezijo na klasično in sodobno, ter drugič s stališča dosežene natančnosti v geodetskih meritvah. V klasični geodeziji je imel geoid samo dve vlogi: »matematično figuro Zemlje«, pri čemer je bil znanstveni cilj geodetov določitev oblike in dimenzij te »figure«. Na praktični ravni je imel geoid bolj pasivno vlogo in se je uporabljal kot referenčna ploskev oziroma višinski datum za nivelmansko določitev nadmorskih višin točk (Rizos, 1982).

S praktičnim izvajanjem evropske direktive INSPIRE v okviru različnih pobud, kot sta ESDI (angl. *European Spatial Data Infrastructure*) ali GMES (angl. *Global Monitoring for Environment and Security*), dobivajo tudi raziskave geoida večji pomen. To je razvidno predvsem na naslednjih področjih:

1. Določanje geometrije površja Zemlje kot »teoretične oblike Zemlje«. Globalni geopotencialni modeli (GGM) zagotavljajo geoid na globalni ravni. Lokalni geoid, izračunan samo za območje Slovenije, lahko s primerjavo z globalnim modelom veliko pripomore k vrednotenju in zvišanju natančnosti prihodnjih globalnih geoidov (Huang in sod., 2007).

2. Višinski datum za geodetsko izmero. Že od samega začetka razvoja geometričnega nivelmana in nivelmanskih mrež predstavlja geoid ničelno nivojsko ploskev, od katere se računajo absolutne višine nadmorskih točk. Natančno poznavanje poteka ploskve geoida (kvazigeoida) kot izhodišča za računanje nadmorskih višin točk olajšuje reševanje številnih praktičnih nalog na mnogih gospodarskih področjih:

- gospodarska javna infrastruktura: vodovod, kanalizacija;
- oceanografija: v obalnem delu omogoča večjo natančnost opazovanja morske gladine in predvidenega dvigovanja zaradi globalnega segrevanja;
- hidrografija: meritve globlin zaradi varnosti plovbe na morju in rekah;
- hidrologija: omogoča natančnejše določanje poteka nivoja podtalnic in poteka kraških ponikalnic; zvišuje natančnost izračuna vodnega potenciala vodotokov in olajšuje določitev poplavnih območij;
- geodinamika: v kombinaciji s satelitskimi meritvami GNSS omogoča natančnejši vpogled v morebitne tektonske premike in seizmiko (potresna in jedrska varnost); prav tako olajšuje in zvišuje natančnost določanja premikov plazov in posedanj s tehnikami Lidar in InSar.

3. Redukcija terestričnih geodetskih meritev na elipsoid. Terestrična geodetska opazovanja opravljamo na površini Zemlje v tako imenovanem lokalnem astronomskem koordinatnem sistemu in se nanašajo na lokalno težnostno polje. Vsa računanja v državnih mrežah pa se nanašajo na privzeti referenčni elipsoid (bodisi relativni bodisi absolutni). Tako moramo v vsa geodetska opazovanja vnesti popravke, ki so s skupnim imenom zajeti kot redukcija na elipsoid. Pri tem reduciramo naslednje geodetske merske količine: astronomske azimute, zenitne razdalje, horizontalne smeri oziroma kote in razdalje. Vpliv neupoštevanja geoidnih višin je zelo opazen pri redukciji večjih dolžin. Splošno velja, da neupoštevanje vsakih 6,0 m geoidne višine povzroči relativni sistematični pogrešek velikosti 1 ppm ( $1 \times 10^{-6} \times D$ ) reducirane elipsoidne

dolžine (Pellinen, 1982). Natančen model geoida lahko uporabimo tudi za izračun komponent odklona navpičnice, kar je nujno za pravilno redukcijo terestričnih opazovanj v novi državni koordinatni sistem. Praktični primeri (Jakopič, 2008; Petrin, 2017) so pokazali, da brez upoštevanja odklonov navpičnice nastopijo razlike v ravninskih koordinatah pri izravnavi mreže tudi do 3,5 cm.

4. GNSS-višinomerstvo: z aktivno uporabo omrežij stalnih GNSS-postaj v vsakdanji geodetski izmeri se tehnologija GNSS ponuja kot način določanja višin točk. Elipsoidne višine, določene s tehnologijo GNSS, so geometrijske količine in se nanašajo na ploskev elipsoida, ni jih mogoče uporabiti v geodetski praksi niti v vsakdanjem življenju (saj niso višine v težnostnem polju Zemlje). Elipsoidne ( $h$ ) in nadmorske višine – ortometrične ( $H$ ) ali normalne višine ( $H^N$ ) povezuje znana enačba:

$$h = H + N$$

$$h = H^N + \zeta,$$

pri čemer je  $N$  geoidna višina oziroma  $\zeta$  kvazigeoidna višina. Če nam je torej znana geoidna višina (interpolirana iz geoidnega modela), lahko pridemo do ortometrične oziroma normalne višine v točki, kjer so opravljene samo meritve GNSS. Učinkovito GNSS-višinomerstvo je mogoče samo, če imamo na voljo model geoida (kvazigeoida) enakovredne natančnosti, kot je natančnost določitve elipsoidnih višin (Fotopoulos, 2003; Kuhar in sod., 2011).

5. Povezava terestrične izmere z meritvami satelitske geodezije. Z uporabo satelitskih meritev v določanju koordinat točk državne mreže (GNSS-tehnologije) je postalo pereče vprašanje povezave datuma državne mreže (podanega z lokalnim referenčnim elipsoidom) s satelitskimi geocentričnimi datumi (WGS-84). Za izračun transformacijskih parametrov za prehod iz enega v drugi koordinatni sistem je potrebno poznavanje geoida (geoidnih višin) na območju države (Hoffman-Wellenhof in sod., 1992).

Čeprav je Slovenija z letom 2008 začela uvajati nov (evropski) koordinatni sistem, ki je vezan na geocentrični elipsoid GRS80, in so transformacijski parametri za območje države znani, bodo v prihodnosti še prisotne naloge, kjer bo treba izračunati »lokalne« transformacijske parametre z najvišjo mogočo natančnostjo (na primer inženirski projekti, mestne mreže). V teh primerih je nujna uporaba čim natančnejših geoidnih višin (Vanicek in sod., 2002).

6. Raziskave v geodinamiki in geofiziki. Pri raziskavah vertikalnih recentnih tektonskih premikov obravnavamo geoid kot časovno odvisno referenčno ploskev. Ponavljajoče gravimetrične in nivelmanske meritve nam omogočajo določitev premikov. Na globalni ravni se pri raziskavah medcelinskih tektonskih premikov uporabljajo dolgovalovne geoidne informacije (geoidne višine, veljavne za velika, celinska območja), izvedene iz globalnih geopotencialnih modelov (Turcotte in Schubert, 2002).

7. Oceanografske raziskave. Pri oceanografskih raziskavah je geoid v neposredni zvezi s srednjo gladino morja in morsko topografijo. Časovno odvisne komponente morske topografije (plimovanje in sezonske variacije) je lažje pojasniti z geoidnimi informacijami (Hughes in Bingham, 2008). Podatki satelitske altimetrije, s katerimi je mogoče izračunati ploskev geoida na morskih območjih, nam omogočajo napovedovanje anomalij težnosti na morju. Te so vključene v svetovno bazo anomalij, ki so podlaga za izračun izboljšanih globalnih geopotencialnih modelov (Schum in sod., 1995; Hwang in sod., 1998).

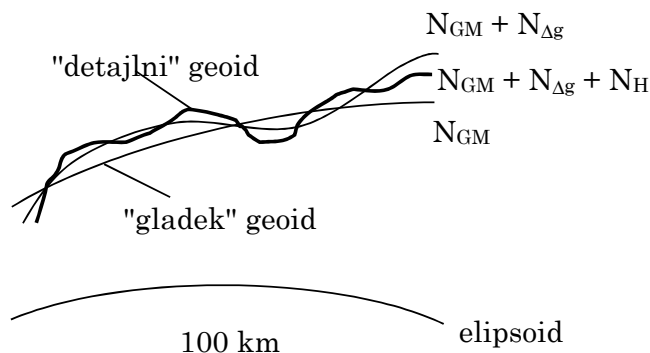
### 3 DANAŠNJI PRISTOP K DOLOČITVI GEOIDA

Določanje geoida (kvazigeoida) pomeni izračun točno določene nivojske ploskve Zemljinega težnostnega polja. Iščemo odgovor na vprašanje: ali lahko določimo težnostno polje Zemlje v zunanjem prostoru brez poznavanja razporeda gostote v njeni notranjosti, samo z znanim potencialom na robu območja (površje Zemlje). Matematično gledano, gre za reševanje problema robnega pogoja (PRP) Laplaceove parcialne diferencialne enačbe  $\Delta V = 0$ , kjer je  $V$  potencial Zemljine gravitacijske (privlačne) sile. V splošnem je pri reševanju PRP znana robna ploskev  $S$ , vendar pri tako imenovanem geodetskem problemu robnih pogojev (GPRP) ni tako. Gre za tako imenovani prosti GPRP, kjer moramo poleg geometrije robne ploskve  $S$  določiti tudi težnostni potencial  $W$  (Heck, 1997). Težnostni potencial ( $W$ ) je enak vsoti privlačnega in centrifugalnega potenciala ( $\Phi$ ), oziroma  $W = V + \Phi$ . Centrifugalni potencial je zaradi znane hitrosti Zemljine rotacije mogoče izračunati z visoko natančnostjo. Pri določitvi geoida nas dejansko zanima samo robna ploskev. Robne pogoje tu določa zvezna robna funkcija – težnostni potencial. Ker potenciala ne moremo neposredno izmeriti, ga predstavimo kot funkcijo količin, ki se v geodeziji dajo neposredno izmeriti oziroma določiti posredno iz meritev. Te količine so tako imenovane anomaljske komponente težnostnega polja Zemlje. Mednje spadajo: anomalija težnosti in moteča težnost, odkloni navpičnice (Helmertovi ali Pizzetijevi) ter geoidne višine in anomalije višin (kvazigeoidne višine). Navedene merjene količine podajajo robne pogoje, katerih rešitev je ploskev – približna oblika Zemlje. Ločimo dva pristopa k rešitvi geodetskega problema robnih pogojev: tako imenovani »klasični«, katerega rešitev je geoid, in »pristop po Molodenskem«, katerega rešitev je kvazigeoid. Pri prvem nastopajo anomalije težnosti  $\Delta g$ , komponente odklona navpičnice  $\xi$ ,  $\eta$  in »merjene« geoidne višine  $N$ . Pri drugem nastopajo moteče količine težnostnega polja Zemlje: moteča težnost  $\delta g$ , komponente odklona navpičnice  $\xi$ ,  $\eta$  (enake v obeh primerih, saj je razlika manjša od natančnosti določitve), ter »merjene« kvazigeoidne višine  $\zeta$ . V zadnji dveh desetletjih so satelitske misije CHAMP, GRACE in GOCE omogočile uvedbo dodatnih merjenih količin: elementov Marussijevega tenzorja (gradientov vektorja sile teže) (Moritz, 2010).

Iz praktičnih in teoretičnih razlogov se pri vseh sodobnih metodah določitve geoida (kvazigeoida) upoštevajo vsaj tri vrste podatkov: globalni geopotencialni model, terestrična opazovanja – neposredne merjene anomalije težnosti oziroma moteča težnost, odkloni navpičnice, (kvazi)geoidne višine in podatki o topografiji, slednje v obliki digitalnega modela reliefa. Danes se pri izračunu ploskve geoida uporabljajo tehnike spektralne analize. Količine, ki so vhodni podatki, se obravnavajo kot fizikalen pojav (zapis) z ustreznim spreminjanjem (fluktuacijo) v prostoru oziroma času. Pogostnost fluktuacij je tako imenovana frekvenca oziroma valovna dolžina in ima mnogo večjo vlogo kot prostorska (časovna) koordinata pojava. S tehnikami spektralne analize je mogoče dani pojav transformirati v frekvenčno oziroma spektralno domeno samo s preureditvijo danih podatkov. Transformacija prostorskega oziroma časovnega zapisa se v frekvenčni domeni imenuje spekter (angl. *spectrum*). V našem primeru obravnavamo geoid (globalni) kot popolni spekter Zemljinega težnostnega polja, ki ga lahko razčlenimo na štiri frekvenčne dele: nizki, srednji, visoki in (celo) zelo visoki. Tako so tudi podatki razdeljeni glede na to, kako vplivajo na izračunano celotno geoidno višino (celotni spekter težnostnega polja Zemlje). Terminologijo si je geodezija sposodila iz teorije digitalne obdelave signalov, zato se tudi iskana geoidna višina obravnava kot signal (Schwarz, 1985).

Dolgovalovno strukturo geoida dajo podatki globalnega geopotencialnega modela ( $N_{GM}$ , valovne dolžine okoli 100 km), terestrični podatki ( $N_{\Delta g}$ , anomalije težnosti oziroma moteča težnost in odkloni navpičnice)

dajo srednjevalovno strukturo (valovne dolžine 2–10 km), kratkovalovno strukturo pa podajo podatki o topografiji, pridobljeni na podlagi digitalnega modela reliefa ( $N_H$ , valovna dolžina je odvisna od ločljivosti DMR-ja). Celoten spekter informacij, vsebovanih v geoidni višini, ponazori slika 1 (povzeto po Schwarz in Sideris, 1993):



Slika 1: Prispevek posameznih vrst podatkov pri določitvi geoida (kvazigeoida).

Če izračunani geoid obsega tudi oceanska (morska) območja, moramo seveda upoštevati altimetrške meritve. Geoidne višine, pridobljene na podlagi altimetrskih meritev, se lahko pretvorijo v ustrezne altimetrške anomalije težnosti (Schum in sod., 1995).

Glede številnosti podatkov največkrat prevladujejo gravimetrični podatki, zato se kot vhodni podatek večinoma uporabljajo anomalije težnosti oziroma moteča težnost. V tem primeru je treba rešiti Stokesovo enačbo (Heiskanen in Moritz, 1996):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi)\Delta g d\sigma, \quad (2)$$

kjer je  $\psi$  sferna razdalja med ploščinskim elementom  $d\sigma$  in točko izračuna P;  $R$  je srednji radij Zemlje – krogle, na kateri je točka;  $\gamma$  je vrednost normalne težnosti na krogli;  $S(\psi)$  je Stokesova funkcija. Pri praktičnem računanju se Stokesov integral računa z eno od metod numerične integracije ali pa z eno od spektralnih tehnik (na primer hitro Fourierovo transformacijo – FFT). Nalogo lahko rešimo tudi s kolokacijo po metodi najmanjših kvadratov (Tscherning, 1985).

Ne glede na to, kako rešujemo Stokesovo enačbo, je treba pripraviti vhodne podatke. Bolj ali manj pri vseh metodah določitve geoida se uporablja postopek »remove – restore«. Sestavljajo ga trije koraki, ki so jim podvrženi podatki, ki se uporabljajo za izračun ploskve geoida (Pribičević, 2000; Tziavos in Sideris, 2013; Yildiz in sod., 2012):

- v prvem koraku odstranjujemo vpliv topografskih mas in vpliv globalnega geopotencialnega modela iz vhodnih podatkov. Tako dobijo podatki manjše vrednosti in potek takšne ploskve je bolj gladek. Numerični proces lažje konvergira z uporabo tako zglajenih podatkov;
- v drugem koraku sledi numerični postopek: integracija, reševanje Stokesove enačbe. V tem koraku izračunamo (kvazi)geoidne višine;
- v tretjem koraku povrnemo odstranjene vplive iz prvega koraka oziroma se doda ponoven vpliv topografskih mas in vpliv geopotencialnega modela.

Večina današnjih rešitev so kvazigeoidi, saj podatkov, ki jih uporabljamo za izračun (merjene vrednosti težnosti in odklonov navpičnic), ne reduciramo v notranjost Zemlje na ničelno nivojsko ploskev (geoid), temveč jih uporabljamo v obliki, v kakršni so določeni, tj. na površini Zemlje. Če želimo ploskev, ki je rezultat nekega numeričnega postopka, uporabiti praktično, v povezavi z GNSS-določenimi elipsoidnimi višinami, je nujen preračun (transformacija, vpetje) v lokalni/državni vertikalni sistem. Tako preračunana ploskev ni več kvazigeoid, temveč višinska referenčna ploskev, ki vsebuje skupen vpliv: nezanesljivega izračuna kvazigeoida (pogreški metode, vhodnih podatkov), pogreške določitve elipsoidnih višin in tektonske vertikalne premike na območju izračuna (Solheim, 2000). Točke z znanimi geodnimi višinami, ki jih uporabimo za ta preračun, običajno imenujemo »točke za vpetje geoida«. V geodetski terminologiji so znane tudi kot GNSS-/nivelmanske točke (Kuhar in sod., 2011).

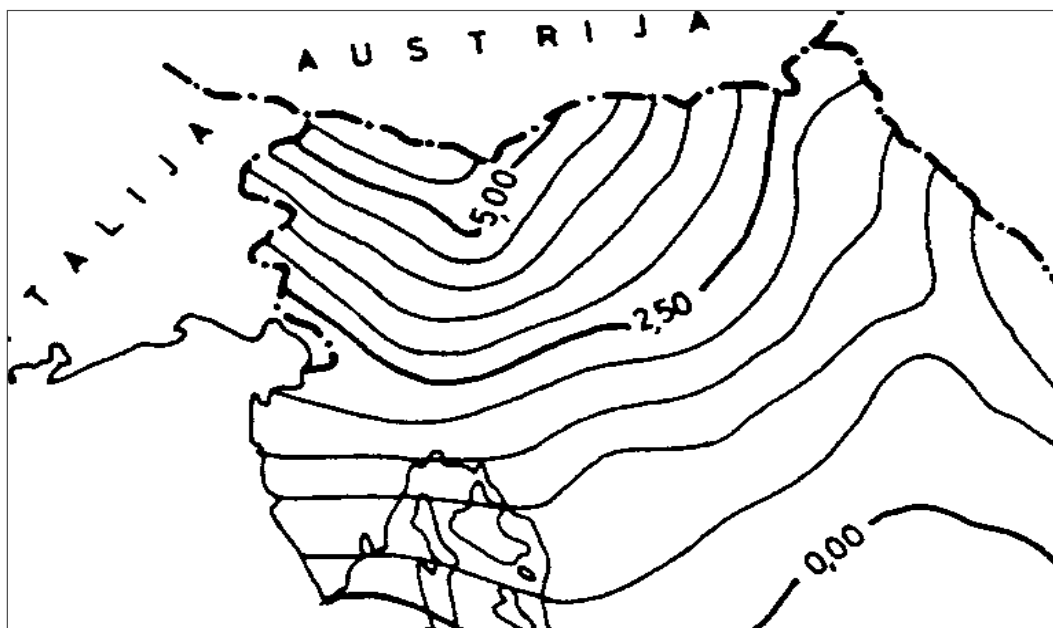
#### 4 KRATEK PREGLED RAZISKAV GEOIDA V SLOVENIJI

Prve meritve za določitev geoida, ki zajemajo Slovenijo, so bile opravljene še v obdobju avstro-ogrške monarhije. Pred prvo svetovno vojno je bil v meridianu Ljubljane izmerjen geoidni profil. To je bila prva tovrstna meritev v tedanji monarhiji.

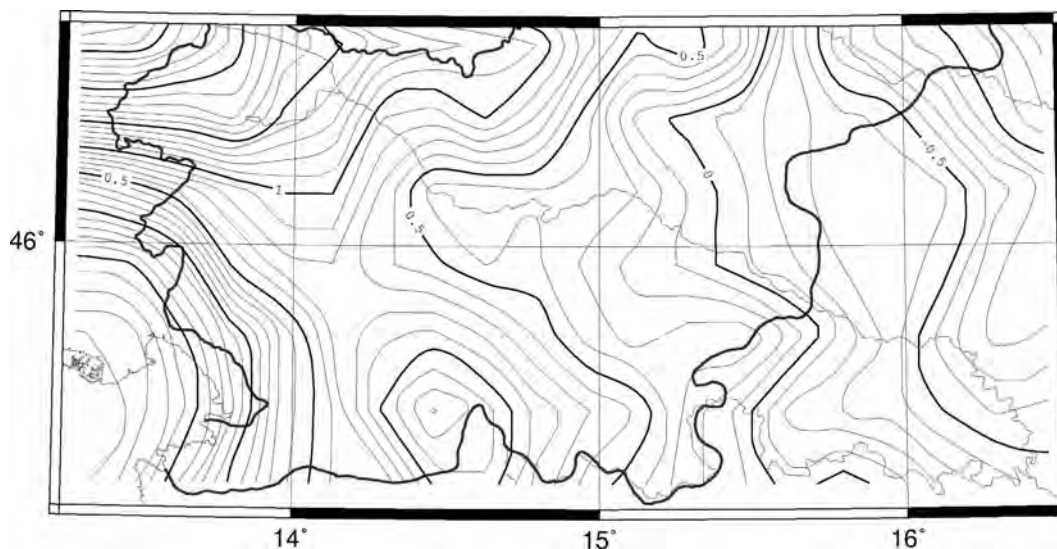
Raziskave Zemljinega težnostnega polja, gravimetrična izmera in izračun geoida so od nastanka Jugoslavije spadali na delovno področje vojaške službe. Vsa dela je izvajal Vojnogeografski inštitut (VGI) iz Beograda in vse raziskave in rezultati niso bili dostopni javnosti. To posebej velja za meritve in raziskave, opravljene po drugi svetovni vojni. Slovenskim geodetom ni preostalo nič drugega kot to, da so se posvetili raziskavam in razvoju temeljnih geodetskih mrež, kartografiji, katastru in drugim dejavnostim v okviru geodetske službe.

Po drugi svetovni vojni je prva objavljena publikacija s področja raziskav Zemljinega težnostnega polja za območje nekdanje Jugoslavije doktorska disertacija pokojnega profesorja gradbene fakultete v Sarajevu A. Muminagića, takratnega oficirja v VGI-ju. V svojih raziskavah se je profesor Muminagić ukvarjal predvsem s problemom orientacije jugoslovanske trigonometrične mreže. Z raziskavami na področju orientacije mreže je hkrati izračunal še prvi relativni geoid za območje nekdanje Jugoslavije. Za izračun geoida je uporabil podatke astronomskih meritev na 170 točkah (Muminagić, 1974). To je bila astrogeodetska rešitev, pri čemer je 360 geoidnih višinskih razlik izravnal po metodi pogojnih meritev. Glede na število merjenih podatkov in velikost območja lahko to rešitev obravnavamo kot približno. Na grafičnem prikazu poteka ploskve na območju Slovenije je očiten velik padec (naklon) geoidne ploskve proti jadranski obali (slika 2) (Kuhar, 1996), ki se je potrdila tudi v poznejših rešitvah.

Leta 1992, že v obdobju samostojne Slovenije, sta profesorja K. Čolić in T. Bašić s sodelavci izračunala astrogeodetski geoid, ki zajema območje Slovenije in del Hrvaške (Čolić in sod., 1992). To je bil del večletnega projekta Geodetske uprave Republike Slovenije (GURS), s katerim so želeli določiti geoidne točke na območju Slovenije. Med letoma 1988 in 1992 sta dve terenski ekipi, zagrebška in ljubljanska (D. Miškovič in M. Acceto), opravili astronomske meritve na 46 točkah astrogeodetske mreže Slovenije, ki obsega tudi 12 točk na ozemlju Hrvaške. Na območju Slovenije so odpadle samo točke Mangart, Košuta in Kanin. Zunanja natančnost določanja astronomskih koordinat (odklonov navpičnice) je znašala: za komponento  $\xi$  v smeri sever–jug  $\pm 0,4''$  in za komponento  $\eta$  v smeri vzhod–zahod  $\pm 0,5''$ . To uvršča izvedena astronomska opazovanja v najnatančnejša opazovanja te vrste (Čolić in sod., 1993). Geoid je izračunan z metodo »remove-restore« z uporabo kolokacije po metodi najmanjših kvadratov.



Slika 2: Geoid prof. Muminagiča na območju Slovenije.



Slika 3: Relativni astrogeodetski geoid na območju Slovenije iz leta 1992.

Zanimivo je, da navkljub ustaljeni praksi v postopku kolokacije iz merjenih podatkov ni odstranjen globalni trend. Pri poskusu redukcije merjenih podatkov z globalnim geopotencialnim modelom OSU91A (Rapp in sod., 1991) se je izkazalo, da so preostanki preveliki in se preveč razlikujejo od merjenih vrednosti. Vzrok za to je naslednji: zaradi zgodovinskih razlogov je položaj astrogeodetske mreže Slovenije na Besslovem referenčnem elipsoidu napačen, v mreži so prisotne velike lokalne deformacije merila,

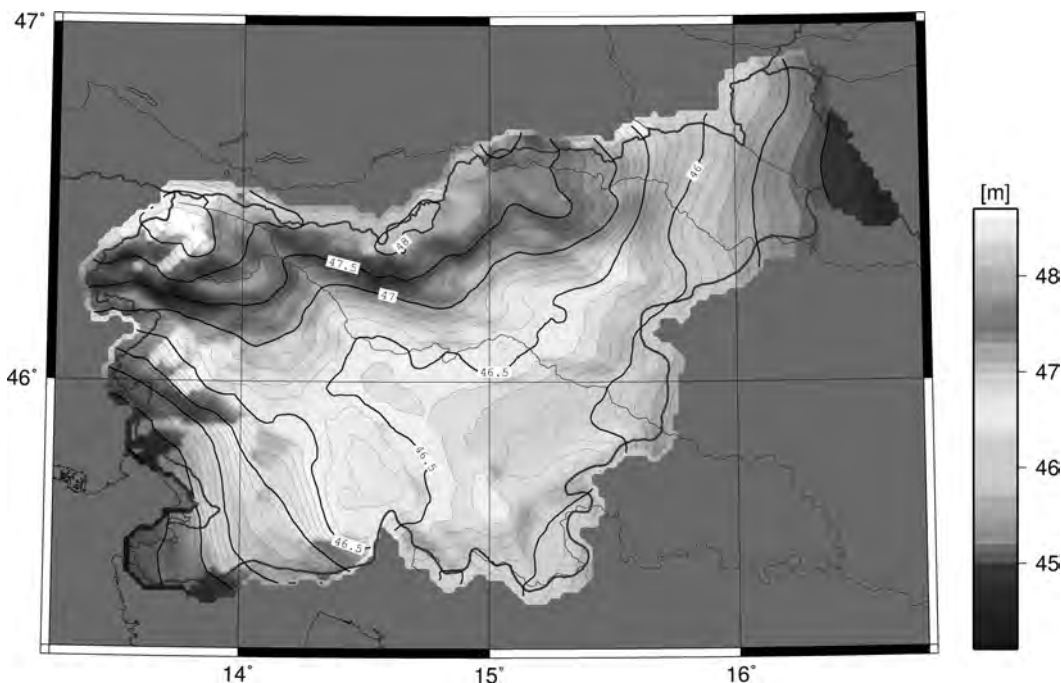


natančnost mreže je precej nehomogena (Stopar in Kuhar, 2003). Pri določitvi dotedanjih globalnih geopotencialnih modelov niso bili vključeni podatki z obravnavanega območja (Kuhar, 1996). To se je zgodilo štiri leta pozneje pri izračunu prvega (zares) globalnega geopotencialnega modela EGM96 (Lemoine in sod., 1998). Potek ploskve relativnega geoida iz leta 1992 kaže slika 3.

#### 4.1 Sedaj veljavni model geoida za območje geoida

Sedaj veljavna rešitev geoidne ploskve v Sloveniji je iz leta 2000 in jo je v okviru doktorske disertacije izračunal profesor Boško Pribičević z geodetske fakultete v Zagrebu (Pribičević, 2000). Pri tem je uporabil več astrogeodetskih meritev in upošteval spremenljivo gostoto Zemljine skorje na podlagi izdelanega digitalnega modela gostote (Pribičević in Medak, 2001). V izračun je bilo vključenih 98 točk z izmerjenimi komponentami odklona navpičnice. Največ točk je na ozemlju Slovenije, vendar so upoštewane tudi točke z mejnih območjih Avstrije, Madžarske in Hrvaške. Na ozemlju Slovenije je bilo v izračun privzetih 50 točk. V končno rešitev je bilo vključeno še približno tri tisoč vrednosti točkastih anomalij težnosti. Geoid je izračunan z metodo »remove-restore« z uporabo kolokacije po metodi najmanjših kvadratov s programom, napisanem na TU Gradec (Sünkel in sod., 1987).

Rezultat kolokacije po metodi najmanjših kvadratov so izračunane (predicirane) geoidne višine v pravilni mreži točk (grid) z ločljivostjo  $1,0' \times 1,5'$ . Geoidne višine so podane glede na geocentrični elipsoid GRS-80. Izračun višinske referenčne ploskve je bil opravljen na podlagi 163 točk za vpetje geoida. Od tega jih je 33 imelo višino določeno z geometričnim nivlemano, ostale pa s trigonometričnim višinomerstvom. Razpon geoidnih višin na območju Slovenije je med 44,140 m in 48,724 m, pri čemer je povprečna geoidna višina 46,453 m (Kuhar in sod., 2011). Deklarirana natančnost izračunanih geoidnih višin je povprečno 3 cm (Pribičević, 2000), geoid je predstavljen na sliki 4.



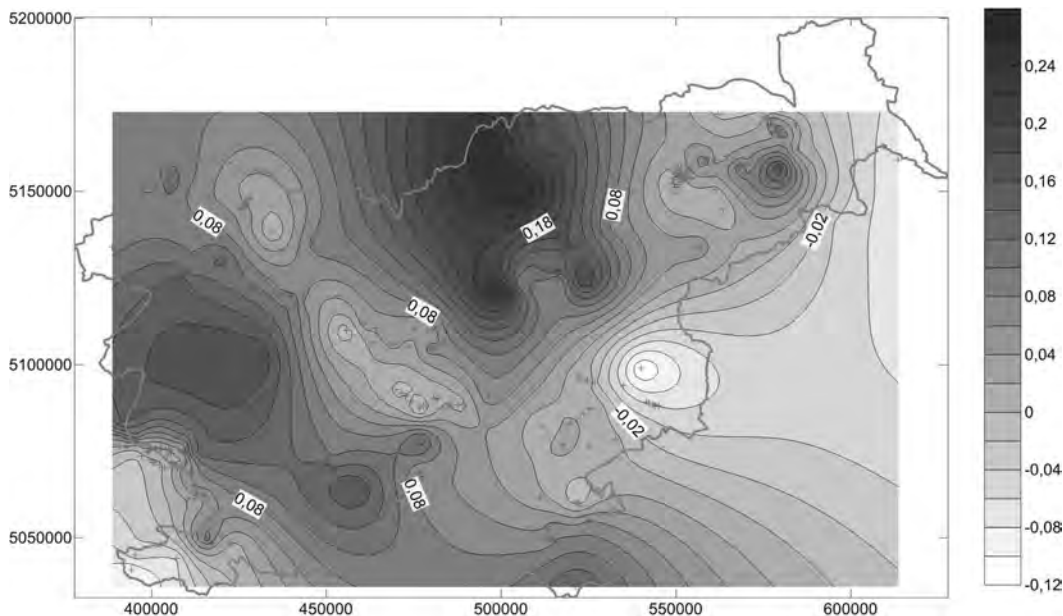
Slika 4: Ploskev uradnega modela geoida na območju Slovenije.

Rešitev sloni na najnovejših teoretičnih dognanjih, sami uporabljeni podatki z območja Slovenije niso tako slabe kakovosti (razen zastarelosti gravimetričnih podatkov). Žal je bila uporaba geoida v praksi že v samem začetku otežena. Avtor ni imel dostopa do podatkov sosednjih držav – Italije, Avstrije in Madžarske. Točke za vpetje ploskve geoida so bile neenakomerno razporejene po območju izračuna, prav tako jih je nekaj deset od 163 uporabljenih na hrvaškem ozemlju. Uporabljene uradne višine točk (v Sloveniji) so veljale pred preračunom višinske nivelmanske mreže. Ta je bil izveden leta 2000, kmalu po tem, ko je GURS sprejel model geoida kot uradni (Koler, Vardjan, 2000). Ena od analiz natančnosti obstoječega geoida je bila izvedena leta 2008 na podlagi 781 točk z znanimi geodnimi višinami, od tega so 248 točkam višine določene z niveliranjem, 533 točkam pa s trigonometričnim višinerstvom. Točke z nadpovprečno velikimi odstopanji so bile predhodno odstranjene. Rezultati so predstavljeni v Urbanč (2008), Kuhar in sod. (2011). Za ilustracijo podajamo samo preglednico natančnosti, določeno na podlagi letnice določitve višin.

Preglednica 1: Standardna deviacija po letih določitve višine

| Spodnja meja | Zgornja meja | Število točk | Standardna deviacija<br>[cm] |
|--------------|--------------|--------------|------------------------------|
|              | pred 1950    | 2            | 6,0                          |
| 1950         | 1990         | 28           | 9,5                          |
| 1990         | 2000         | 127          | 4,4                          |
|              | 2000 naprej  | 91           | 6,2                          |
|              |              |              | 6,0                          |

Ugotovili smo, da so bili najslabši rezultati na točkah, izmerjenih med letoma 1950 in 1990, kjer so bila odstopanja več kot 9 cm. Najboljši rezultati pa so bili med letoma 1990 in 2000, takrat je bilo določenih tudi največ višin. Preseneča nas lahko natančnost po letu 2000, saj znaša več kot 6 cm. Od 91 točk je pri kar 25 točkah odstopanje večje od 10 cm. Slika 5 prikazuje grafični prikaz odstopanj na niveliranih točkah na celotnem območju Slovenije.



Slika 5: Grafični prikaz odstopanj na niveliranih točkah.

Kot uradna rešitev je model geoida postal tudi sestavni del programa za pretvorbo in transformacijo koordinat (med D48/GK in D96/TM) SiTra (SiTra, 2008). Čeprav so odstopanja (predvsem višin) na posameznih območjih tudi večja od 20 cm, je uporaba tega modela še vedno smotrna, saj bi recimo uporaba globalnega modela pri nas prinesla še več težav, ker slednji ni vpet v višinski sistem države.

## 4.2 Dela v zadnjem desetletju

Zadnje desetletje je delo na osnovnem geodetskem sistemu zaznamovano z vzpostavitvijo novega državnega prostorskega referenčnega sistema (GURS, 2004). V tem obdobju je Geodetska uprava Republike Slovenije v sodelovanju s partnerji izvedla dva projekta s sredstvi Norveškega finančnega mehanizma (angl. *Norway Grants*) in finančnega mehanizma EGP (angl. *EEA Grants*). Prvi je bil Vzpostavljane omrežja postaj GPS in evropskega koordinatnega sistema v Sloveniji, izvajal se je med letoma 2007 in 2010. Zaznamovali sta ga vzpostavitev državnega omrežja stalnih postaj GNSS in vzpostavitev horizontalne sestavine novega državnega referenčnega sistema (Berk, 2010). V delu nalog je bila obravnavana tudi idejna zasnova vertikalne sestavine novega državnega prostorskega referenčnega sistema in tudi zasnova izračuna novega modela geoida (Berk, 2010). Drugi projekt, Posodobitev prostorske podatkovne infrastrukture za zmanjšanje tveganj in posledic poplav, se je izvajal med letoma 2013 in 2016. Področju osnovnega geodetskega sistema je bil namenjen eden od štirih podprojektov. Težišče podprojekta Geodetski referenčni sistem je bilo vzpostavitev šestih stalno aktivnih državnih geodetskih točk 0. reda oziroma državne kombinirane geodetske mreže ter vzpostavitev nove vertikalne sestavine državnega geodetskega referenčnega sistema (Stopar in sod., 2015).

Pri obeh projektih je bilo v delo na višinskem sistemu in zasnovi novega geoida vključenih več posameznikov z Geodetske uprave RS, Geodetskega inštituta Slovenije ter Fakultete za gradbeništvo in geodezijo. Vsi rezultati so tako plod skupinskega dela, izpostavili bomo samo nekaj ključnih elementov.

Strategija vzpostavitve novega višinskega sistema Slovenije predvideva uvedbo normalnih višin in novega višinskega datuma Koper. Ta je bil tudi vzpostavljen v okviru drugega norveškega projekta (Koler in sod., 2017). S tem namenom je bilo opravljeno tudi veliko terenske izmere. Ponovno so bili izmerjeni vsi poligoni na novo projektirane nivelmanske mreže 1. reda v skupni dolžini prek 1600 km. Na večini reperjev so bile opravljene gravimetrične in GNSS-meritve, da bi določili geopotencialne kote reperjev ter položaj v evropskem referenčnem koordinatnem sistemu. Število reperjev z merjenim težnim pospeškom in znanim položajem v ETRS89, ki jih je tako mogoče uporabiti tudi pri izračunu geoida, je več kot 2000. Vzpostavljena sta bila dva nova digitalna modela reliefa (Žagar in Berk, 2009).

Prvi norveški projekt se je končal z izračunom testnega modela geoida. Ta je bil določen na podlagi starih gravimetričnih podatkov in z vpetjem geoidne ploskve na samo 24 GNSS-/nivelmanskih točk (Kuhar in sod., 2011). Kontrolnih točk je bilo 352. Standardni odklon iz odstopanj na kontrolnih točkah znaša 0,035 m, kar je več kot dvakrat nižje od uradnega modela iz leta 2000. Analiza testnega geoida je podrobneje predstavljena v prispevku Kuhar in sod. (2011). Največje pomanjkljivosti testnega modela so:

- premalo GNSS-/nivelmanskih točk za vpetje geoida in njihova neenakomerna razporeditev;
- prevlada starih gravimetričnih meritev iz sedemdesetih let prejšnjega stoletja;
- neupoštevanje gravimetričnih podatkov z območja Italije, kjer je bila zaradi konfiguracije reliefa kakovost slovenskih podatkov najslabša. Z območja Avstrije je bilo na voljo malo točk tik ob meji.

To je narekovalo izdelavo nove strategije izračuna, ki je privedla do nove regionalne gravimetrične izmere in povečanja števila točk za vpetje. Do konca leta 2016 je opravljen del nove regionalne gravimetrične izmere, in to najprej na območjih, kjer je število točk iz preteklega obdobja pomanjkljivo (osrednja, severna in južna Slovenija). Do konca leta 2016 je število teh točk znašalo 600. Predvideno je nadaljevanje regionalne izmere, posebej ob obali, zaradi vzpostavitve novega globinskega datuma za potrebe hidrografije ter njegove povezave z višinskim sistemom. Pridobljeni in ovrednoteni so gravimetrični podatki sosednjih držav: Italije, Avstrije in Madžarske. Podatke iz Hrvaške lahko obravnavamo kot del zapuščine geodetskih del, opravljenih v nekdanji Jugoslaviji. Kontrolnih točk (GNSS-/niveľmanske točke, na katerih se opravi primerjava interpoliranih in merjenih geoidnih višin) je sedaj več kot 900.

Pričakovati je, da bo natančnost naslednje rešitve, ki se bo navezovala že na nov višinski sistem, še višja.

## 5 SKLEP

Uvajanje novega državnega prostorskega referenčnega sistema, skladnega z evropskim prostorskim koordinatnim sistemom ETRS, pomeni tudi postopen prehod na trirazsežno geodezijo (3D). Tega si ne moremo predstavljati brez uporabe tehnologije GNSS. Tu je nepogrešljiv pripomoček kakovosten model geoida. Skorajšnjo uvedbo in vzpostavitev vertikalne sestavine novega državnega referenčnega sistema moramo obravnavati skupaj z določitvijo novega modela geoida. Ko bo v bližnji prihodnosti Slovenija uradno uvedla nov višinski sistem, bo novi model (kvazi)geoida zagotovil izvedbo vseh ustreznih geodetskih nalog na visoki kakovostni ravni.

## Zahvala

Del prispevka je nastal na podlagi rezultatov projektov *Vzpostavljanje evropskega prostorskega referenčnega sistema v Sloveniji* ter *Posodobitev prostorske podatkovne infrastrukture za zmanjšanje tveganj in posledic poplav*, ki sta bila podprta s finančnim mehanizmom EGP.

## Literatura in viri:

- Barthelme, F. (2009). Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Scientific Technical Report STRO9/02. Potsdam: GFZ German Research Centre for Geosciences. <http://icgem.gfz-potsdam.de/theory>, pridobljeno 15. 4. 2017.
- Berk, S. (ur.). (2010). Vzpostavljanje evropskega prostorskega referenčnega sistema v Sloveniji. Zbornik projekta. Ljubljana: Geodetska uprava RS. [http://www.e-prostor.gov.si/fileadmin/projekti/DGS/2010p/Zbornik\\_projekta.pdf](http://www.e-prostor.gov.si/fileadmin/projekti/DGS/2010p/Zbornik_projekta.pdf), pridobljeno 10. 4. 2017
- Čolić, K., Bašić, T., Petrović, T., Pribičević, B., Ratkajec, M., Sünkel, H., Kühtreiber, N. (1992). New geoid solution for Slovenia and a part of Croatia. V: P. Holota in M. Vermeer (ur.). IAG First continental workshop on the geoid in Europe, 11.–14. maj, 158–165.
- Čolić, K., Bašić, T., Petrović, T., Pribičević, B., Ratkajec, M. (1993). Improved geoid solution for Slovenia and a part of Croatia. V: H. Montag in C. Reigber (ur.). IAG Symposium, 112, 141–144. Springer.
- Fotopoulos, G. (2003). An Analysis on the Optimal Combination of Geoid, Orthometric and Ellipsoidal Height Data. UCGE Report št. 20185, Calgary, Kanada. [http://www.ucalgary.ca/engo\\_webdocs/MGS/03.20185.GFotopoulos.pdf](http://www.ucalgary.ca/engo_webdocs/MGS/03.20185.GFotopoulos.pdf), pridobljeno 18. 4. 2017.
- GURS (2004). Strategija osnovnega geodetskega sistema. Geodetski vestnik, 48 (3), 289–314.
- Heck, B. (1997). Formulation and linearization of boundary value problems: from observables to a mathematical model. V: F. Sanso in R. Rummel (ur.). Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid. Lecture notes in earth sciences, 65, 121–160. Springer.
- Heiskanen, W. A., Moritz, H. (1996). Physical Geodesy, ponatis izvirnika iz leta 1967. Gradec: Inštitut za fizikalno geodezijo, Tehniška univerza Gradec.
- Hoffman-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Collins, J. (1992). Global Positioning System Theory and Practice. Springer: Dunaj, New York.
- Huang, J., Kotsakis, C., Gruber, T. (2007). Review of Evaluation Methods and Test Results for the Quality Assessment of Earth Gravity Models. Predstavljeno na XXIV generalni skupščini IUGG 2.–13. 7. 2007, Peruggia. Simpozij GS002: Gravity

- Field. [http://www.iapg.bgu.tum.de/mediadb/22440/22441/20070702\\_IUGG\\_EGM\\_Validation.pdf](http://www.iapg.bgu.tum.de/mediadb/22440/22441/20070702_IUGG_EGM_Validation.pdf), pridobljeno 4. 4. 2017.
- Hughes, C. W., Bingham, R. J. (2008). An oceanographer's guide to GOCE and the geoid. *Ocean Science*, 4, 15–29. DOI: <http://dx.doi.org/10.5194/os-4-15-2008>
- Hwang, C., Kao, E. C., Parsons, B. (1998). Global derivation of marine gravity anomalies from Seasat, Geosat, ERS-1 and TOPEX/POSEIDON altimeter data. *Geophysical Journal International*, 134 (2), 449–459. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1998.tb07139.x
- ICGEM – International Centre for Global Earth Models (2017). <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>, pridobljeno 15. 4. 2017.
- Jakopič, M. (2008). Določitev odklonov navpičnic iz geoidnih višin. Diplomski naloga. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. <http://drugg.fgg.uni-lj.si/880/>, pridobljeno 15. 4. 2017.
- Koler, B., Vardjan, N. (2001). Preračun nivelmanske mreže Republike Slovenije. V: F. Vodopivec (ur.), *Raziskave s področja geodezije in geofizike 2001*. 7. srečanje SZGG Ljubljana, 13. 12. 2001, zbornik del, 5–16. Ljubljana: UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Koler, B., Urbančič, T., Kuhar, M., Pavlovčič Prešeren, P., Stopar, B., Sterle, O. (2017). Pregled višinskih datumov Slovenije. V: M. Kuhar (ur.), *Raziskave s področja geodezije in geofizike 2016*, 22. srečanje SZGG Ljubljana, 26. 1. 2017, zbornik del, 93–97. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Kuhar, M. (1996). *Raziskave ploskve geoida v Sloveniji*. Doktorska disertacija. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Kuhar, M., Berk, S., Koler, B., Medved, K., Omang, O., Solheim, D. (2011). Vloga kakovostnega višinskega sistema in geoida za izvedbo GNSS-višinomerstva, 55 (2), 226–234. DOI: <http://dx.doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2011.02.226-234>
- Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. D., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998). The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. Tehnično poročilo NASA/TP-1998-206861. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, ZDA.
- Muminagić, A. (1974). Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji, *Geodetski list*, 28 (1), 6–12.
- Moritz, H. (2010). *Classical physical geodesy*. V: W. Freedon, M. Z. Nashed, T. Sonar (ur.), *Handbook of geomathematics*, 2, 127–158. Springer: Berlin, Heidelberg.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., Factor, J. K. (2008). An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008, predstavljeno na 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Dunaj, 13.–18. april, 2008. [http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/EPavlis&al\\_EGU2008.ppt](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/EPavlis&al_EGU2008.ppt), pridobljeno 10. 4. 2017.
- Pellinen, L. P. (1982). *Theoretische Geodäsie*, prevod iz rušine F. Deumlich. Berlin: Verlag für Bauwesen.
- Petrin, T. (2017). *Analiza odklonov navpičnice na območju testnega polja Kravec*. Magistrsko delo. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. <https://repositorij.uni-lj.si/lzpis/Gradiva.php?id=91360&lang=slv>, pridobljeno 27. 4. 2017.
- Pribičević, B. (2000). *Uporaba geološko-geofizičnih in geodetskih baz podatkov za računanje ploskve geoida Republike Slovenije*. Doktorska disertacija. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Pribičević, B., Medak, D. (2001). Utjecaj gustoće priprovrsinskih masa Zemljine kore na geoidne undulacije. *Geodetski list*, 55 (1), 19–31.
- Rapp, R., Wang, Y. M., Pavlis, N. K. (1991). The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models. The Ohio State University, Department of Geodetic Science, poročilo št. 410, Columbus/Ohio, ZDA. <https://earthsciences.osu.edu/sites/earthsciences.osu.edu/files/report-410.pdf>, pridobljeno 3. 4. 2017.
- Rapp, H. R. (1998). Past and future development of geopotential modeling. V: Forsberg, Feissel, Dietrich (ur.). *Geodesy on the move*, 58–78. Springer Verlag, Berlin, New York. [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-72245-5\\_9](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-72245-5_9), pridobljeno 3. 4. 2017.
- Rizos, C. (1982). The role of the geoid in high precision geodesy and oceanography, München: Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, zvezek št. 96.
- Schum, C. K., Ries, J. C., Tapley, B. D. (1995). The accuracy and applications of satellite altimetry. *Geophysical Journal International*, 121 (2), 321–336. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1995.tb05714.x>
- Schwarz, K. P. (1985). Data types and their spectral properties. V: K. P. Schwarz (ur.), *Local gravity field approximation*, zbornik mednarodne poletna šola, 21. 8.–4. 9. 1984, Peking, 1–65. Publications No. 60003. Calgary: University of Calgary. Division of surveying Engineering.
- Schwarz, K. P., Sideris M. (1993). Heights and GPS. *GPS World*, 4 (2).
- SiTra v2.10. Navodilo za uporabo programa. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, november 2008, 16 str. <http://http://193.2.92.129/>, pridobljeno 30. 3. 2017.
- Solheim, D. (2000). New height reference surfaces for Norway. V: J. A. Torres in H. Hornik (ur.), *Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF)*, Tromsø, 22.–24. junij 2000. Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Astronomisch-Geodätische Arbeiten, 61, 154–158. München: Bayerische Akademie der Wissenschaften.
- Stopar, B., Kuhar, M. (2003). A study of distortions of the primary triangulation network of Slovenia. *Acta geod. geophys. Hung.*, 38 (1), 43–52. DOI: <http://dx.doi.org/10.1556/AGeod.38.2003.1.7>
- Stopar, B., Režek, J., Komadina, Ž., Medved, K., Berk, S., Bajec, K., Oven, K., Koler, B., Urbančič, T., Kuhar, M., Pavlovčič Prešeren, P., Stele, O. (2015). Aktivnosti pri vzpostavitvi sodobnega geodetskega referenčnega sistema v Sloveniji. V: A. Lisec, B. Stopar, S. Berk, M. Kosmatin Fras (ur.), 43. Geodetski dan 2015 – Geodetska (R)evolucija: zbornik posveta, 37–56. Ljubljana: Zveza geodetov Slovenije.
- Sünkel, H., Bartelme, N., Fuchs, H., Hanafy, M., Schuch, W. D., Wieser, M. (1987). The gravity field in Austria. V: H. Sünkel (ur.), *The gravity field in Austria*, 47–75. Gradec: Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Band IV.
- Tscherning, C. C. (1985). Local approximatin of the gravity potential by least squares collocation. V: K. P. Schwarz (ur.) *Local gravity field approximation*, zbornik mednarodne poletne šole, 21. 8. –4. 9. 1984, Peking. Publications 60003, 277–362. Calgary: University of Calgary. Division of surveying Engineering.

- Tziavos, I. N., Sideris, M. G. (2013). Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. V: F. Sanso in M. G. Sideris (ur.). Geoid Determination: theory and methods, Lecture notes in earth system sciences, 337–400. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Turcotte, D. L., Schubert, G. (2002). Geodynamics, 2. izdaja. Cambridge University Press.
- Urbanč, M. (2008). Ocena natančnosti geoidnega modela Slovenije. Diplomska naloga. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. <http://drugg.fgg.uni-lj.si/478/>, pridobljeno 1. 4. 2017.
- Vanicek, P. (1974). Brief outline of the Molodenskij theory. Lecture notes No. 23. Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton. <http://www2.unb.ca/gge/Pubs/LN23.pdf>, pridobljeno 4. 4. 2017.
- Vanicek, P., Novak, P., Craymer, M., Pagiatakis, S. (2002). On the correct determination of transformation parameters of horizontal geodetic datum. Geomatica, 56 (4), 329–340.
- Zakon o državnem geodetskem referenčnem sistemu (ZDGRS). Uradni list RS, št. 25/2014.
- Žagar, T., Berk, S. (2009). Primerjava podatkov SRTM z DMV Slovenije. V: M. Kuhar (ur.), Raziskave s področja geodezije in geofizike 2008. Zbornik predavanj, 77–86. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Yildiz, H., Forsberg, R., Ågren, J., Tscherning, C. C., Sjöberg, L. E. (2012). Comparison of remove-compute-restore and least squares modification of Stokes' formula techniques to quasi-geoid determination over the Auvergne test area. Journal of geodetic Science, 2 (1). DOI: <https://doi.org/10.2478/v10156-011-0024-9>



Kuhar M. (2017). Pot do novega modela geoida v Sloveniji  
Geodetski vestnik, 61 (2), 187–200. DOI: 10.15292//geodetski-vestnik.2017.02.187-200

**Doc. dr. Miran Kuhar, univ. dipl. inž. geod.**  
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo  
Jamova cesta 2, SI-1000 Ljubljana, Slovenija  
e-naslov: [miran.kuhar@fgg.uni-lj.si](mailto:miran.kuhar@fgg.uni-lj.si)