

ANALIZA TEDENSKE UMRLJIVOSTI STAROSTNIKOV: PRIMERJAVA MED SLOVENIJO IN DRŽAVAMI ČLANICAMI EU27

ANALYSIS OF WEEKLY MORTALITY OF SENIORS: A COMPARISON BETWEEN SLOVENIA AND THE MEMBER STATES OF THE EU27

Emil Polajnar

UDK: 004.942:616-036.8(4-6EU)
Klasifikacija prispevka po COBISS.SI: 1.02
Prispelo: 21. 10. 2021
Sprejeto: 23. 2. 2022

DOI: 10.15292/geodetski-vestnik.2022.01.33-48
REVIEW ARTICLE
Received: 21. 10. 2021
Accepted: 23. 2. 2022

IZVLEČEK

Analizirali smo tedensko umrljivost starostnikov, starih 65 let ali več, v državah članicah EU27. Cilj je bil izdelati model običajne umrljivosti pred covidom-19 in ga uporabiti za analizo odstopanja pravih vrednosti od napovedi modela po pojavu covid-19. Za običajno umrljivost smo predpostavili linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami. Izsledki kažejo, da ima običajna umrljivost izrazito sezonsko nihanje s povečano umrljivostjo v zimskih mesecih. Čeprav se se pred covidom-19 odstopanja nad tri sigma pojavljala redno, so bila odstopanja nad pet sigma redka. Nasprotno smo po pojavu covid-19 v vseh državah članicah razen v treh zabeležili odstopanja nad pet sigma. Država članica z največjo intenzivnostjo odstopanja je bila Španija (32 sigma), država članica z najdaljšim strnjnim odstopanjem nad pet sigma je bila Češka (25 tednov) in država članica z največjo presežno umrljivostjo je bila Slovaška (12,8 smrti na 1000 starostnikov). Razlike v intenzivnosti odstopanja smo poskušali pojasniti z multivariatno linearno regresijsko analizo. Intenzivnost odstopanja je bila manjša v državah članicah, ki so za zdravstvo namenjale večje zneske v evrih na prebivalca.

KLJUČNE BESEDE

časovne vrste, linearna regresija, starostniki, umrljivost

ABSTRACT

We analysed data on the weekly mortality of seniors aged 65 and older in the member states of the EU27. We aimed to model normal mortality in the time before covid-19 and use this model to analyse the deviations of true values from model predictions in the time after the emergence of covid-19. We used linear regression with autocorrelated errors to model normal mortality, which shows seasonality with increased mortality during the winter months. In the time before covid-19 deviations above three sigma occurred regularly, but deviations above five sigma were rare. In contrast, we detected deviations above five sigma in all but three member states after the emergence of covid-19. The member state with the most extreme deviation was Spain (32 sigma), the member state with the longest continuous deviation above five sigma was Czechia (25 weeks), and the member state with the highest excess mortality was Slovakia (12.8 deaths per 1000 seniors). We attempted to explain differences in extreme deviations with multivariate linear regression analysis. Extreme deviations were lower in member states with higher health care expenditure in euros per inhabitant.

KEY WORDS

time series, linear regression, seniors, mortality

1 UVOD

Na začetku leta 2020 se je svet srečal z novo virusno boleznijo, ki je kmalu nato postala globalni problem. Covid-19 se širi kapljično in z aerosoli. Težji potek bolezni in večja smrtnost sta pogostejša med starejšimi prebivalci (Yanez et al., 2020; Amore et al., 2021; Damayanthi, Prabani in Weerasekara, 2021). Zaradi razlik med državami so podatki o številu okuženih in številu umrlih zaradi covid-19 težko primerljivi. Države imajo različna merila, kdo je upravičen do testiranja. Obsežnejše testiranje seveda zazna več okuženih. Države imajo različna merila, kdaj je covid-19 vzrok smrti. Ni vsaka smrt s covidom-19 posledica te bolezni, hkrati pa določeno število smrti zaradi covid-19 zagotovo ni zaznanih. V nasprotju s tem je lahko obravnava podatkov o skupnem številu smrti, ne glede na vzrok, ustreznna alternativa za raziskovanje vpliva covid-19 na umrljivost.

Uporaba podatkov o skupnem številu smrti za raziskovanje umrljivosti zaradi covid-19 ni nova (Beaney et al., 2020; Krieger, Chen in Waterman, 2020; Chan, Cheng in Martin, 2021; Kowall et al., 2021). Najpomembnejši korak tega pristopa je določitev običajne umrljivosti, torej kakšna bi bila umrljivost, če ne bi bilo covid-19. Število preseženih smrti oziroma povečanje umrljivosti se namreč določa glede na predvideno običajno umrljivost. To je treba napovedati, pri čemer se uporabijo podatki o umrljivosti v obdobju pred pojavom covid-19. Ena izmed možnosti je izračun povprečnega števila smrti v preteklem obdobju na časovno enoto, ki je lahko leto (Chan, Cheng in Martin, 2021) ali mesec (Krieger, Chen in Waterman, 2020) ali teden (Beaney et al., 2020; Kowall et al., 2021). Vendar se pri tem pristopu zanemarja dejstvo, da se umrljivost spreminja s časom, čemur smo se mi želeli izogniti.

Opravili smo analizo tedenske umrljivosti starostnikov, starih 65 let ali več. Za referenčno obdobje smo izbrali čas pred letom 2020. Cilj je bil izdelati model, ki bi hkrati opisal dolgoročno (trend) in kratkoročno (sezonsko nihanje) spreminjanje umrljivosti v času. Za dosego tega cilja smo za model predpostavili časovno vrsto okoli linearnega trenda. Na učni množici podatkov smo izračunali model običajne umrljivosti starostnikov za referenčno obdobje. Preverili smo, ali model dobro opiše podatke za referenčno obdobje. Sledila je analiza odstopanj pravih vrednosti od napovedi modela za čas od prvega tedna leta 2020 naprej. Če covid-19 ne bi povzročil dodatnih smrti, bi bila odstopanja za čas od prvega tedna leta 2020 naprej podobna odstopanjem v referenčnem obdobju.

Želeli pridobiti sliko o dogajanju po pojavu covid-19 na širšem geografskem območju okrog Slovenije, zato smo v raziskavo zajeli vse države članice EU27. Da bi vsaj delno pojasnili razlike med državami članicami, smo izvedli še multivariatno linearno regresijsko analizo, v kateri smo uporabili neodvisne spremenljivke s področja demografije in zdravstva.

2 METODOLOGIJA

Podatke o tedenski umrljivosti smo obravnavali kot časovno vrsto okoli trenda, ki smo ga opisali z linearnim regresijskim modelom. V nadaljevanju sta na kratko predstavljeni teorija linearne regresije, opis katere temelji na Weisberg (2005) in James et al. (2013), ter analiza časovnih vrst, opis katere temelji na Verbeek (2004) in Shumway in Stoffer (2017).

2.1 Linearna regresija

Linearna regresija je ena od standardnih metod statističnega učenja. Statistično učenje je postopek, pri katerem statistični model prilagodimo podatkom v učni množici. Linearno regresijo uvrščamo med statistične metode nadzorovanega učenja, pri katerih za učno množico poznamo vrednosti vseh vhodnih in izhodnih parametrov statističnega modela. Osnova linearne regresije je linearni regresijski model. Vhodne parametre linearnega regresijskega modela imenujemo neodvisne spremenljivke, izhodni parameter pa je odvisna spremenljivka.

Denimo, da imamo p neodvisnih spremenljivk, ki jih označimo z X_1, X_2, \dots, X_p . Odvisno spremenljivko označimo z Y . Linearni regresijski model zapišemo z naslednjo enačbo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon. \tag{1}$$

Odvisna spremenljivka je vsota konstante, linearne funkcije neodvisnih spremenljivk in napake. Vrednosti odvisne spremenljivke in neodvisnih spremenljivk so opažene, medtem ko so vrednosti napake neopažene. Cilj linearne regresije je oceniti neznane vrednosti parametrov $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ linearnega regresijskega modela, tako da se podatki v učni množici kar najbolj prilagodijo modelu.

Denimo, da imamo v učni množici n enot. Zapišimo vrednosti neodvisnih spremenljivk za enoto i kot vektor $\mathbf{x}_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{ip})'$, ki vključuje tudi konstanto, in parametre linearnega regresijskega modela kot vektor $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)'$. Tedaj enačbo linearnega regresijskega modela za enoto i zapišemo z naslednjo enačbo:

$$y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \tag{2}$$

Oceno parametrov linearnega regresijskega modela označimo kot $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Razliko med pravo in napovedano vrednostjo odvisne spremenljivke imenujemo napaka. Po metodi najmanjših kvadratov oceno $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ izračunamo tako, da je vsota kvadratov napak najmanjša:

$$RSS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}})^2 \tag{3}$$

Če želimo, da je ocena $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ najboljša linearna nepristranska cenilka, mora napaka zadoščati pogojem Gauss-Markova. Ti pogoji so, da ima pričakovano vrednost nič, da je nekorelirana z neodvisnimi spremenljivkami, da ima konstantno varianco in da so napake nekorelirane med seboj.

2.2 Časovne vrste in avtokorelacija

Analiza časovnih vrst obravnava podatke, ki so bili opaženi v zaporednih časovnih točkah. Posledica takega načina opazovanja je pojav avtokorelacije. Avtokorelacija je korelacija med sosednjima podatkomoma v časovni vrsti. Zaradi obstoja avtokorelacije je vrstni red v časovni vrsti ključnega pomena.

Denimo, da imamo opažene vrednosti y_t , kjer indeks t označuje čas in opozarja na pomembnost vrstnega reda. Za časovno vrsto y_t bomo predpostavili, da je šibko stacionarna. Ne da bi šli v podrobnosti definicije, zapišimo, da je časovna vrsta šibko stacionarna, če se povprečje časovne vrste ne spreminja, če se varianca časovne vrste ne spreminja in če je avtokorelacija odvisna le od časovnega razmika.

Poglejmo si analizo posebne časovne vrste, za katero lahko predpostavljamo avtoregresijski model reda p . Ideja avtoregresijskega modela $AR(p)$ je, da trenutno vrednost y_t lahko pojasnimo kot linearno funkcijo p preteklih vrednosti:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + w_t \quad (4)$$

To je linearni regresijski model s preteklimi vrednostmi kot neodvisnimi spremenljivkami in napako w_t . Da bomo lažje ločili med napako avtoregresijskega modela in napako linearnega regresijskega modela, bomo napako avtoregresijskega modela imenovali ostanek. Če je avtoregresijski model časovne vrste pravilen, ima ostanek povprečje nič, konstantno varianco in je brez avtokorelacije.

Zapis poenostavimo z vpeljavo operatorja zamika B , ki vrednosti v časovni vrsti zamakne za eno časovno enoto ($B y_t = y_{t-1}$). Večkratna uporaba operatorja zamika vrednosti zamakne za več časovnih enot ($B^p y_t = y_{t-p}$).

2.3 Linearna regresija z avtokoreliranimi napakami

Na začetku razdelka smo obravnavali linearni regresijski model, v katerem je napaka zadoščala pogojem Gauss-Markova. Tu bomo opisali pristop, ki ga lahko uporabimo, kadar so napake avtokorelirane:

$$\begin{aligned} y_t &= \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_p \varepsilon_{t-p} + w_t \end{aligned} \quad (5)$$

Zapis avtoregresijskega modela $AR(p)$ poenostavimo z operatorjem zamika B :

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \varepsilon_t &= w_t \\ \phi(B) \varepsilon_t &= w_t \end{aligned} \quad (6)$$

Uporabimo operator $\phi(B)$ na linearnem regresijskem modelu:

$$\phi(B) y_t = \phi(B) \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta} + \phi(B) \varepsilon_t \quad (7)$$

Za ostanek upoštevajmo zapis $w_t = \phi(B) \varepsilon_t$ in zapišimo linearni regresijski model za transformirane vrednosti $\tilde{y}_t = \phi(B) y_t$ in $\tilde{\mathbf{x}}_t = \phi(B) \mathbf{x}_t$:

$$\tilde{y}_t = \tilde{\mathbf{x}}'_t \boldsymbol{\beta} + w_t \quad (8)$$

Dobili smo linearni regresijski model, katerega napaka po naših predpostavkah zadošča pogojem Gauss-Markova. Napaka w_t je namreč ostanek avtoregresijskega modela.

Če bi poznali operator $\phi(B)$, bi torej z izračunom na transformiranih vrednostih časovne vrste po metodi najmanjših kvadratov dobili oceno parametrov linearnega regresijskega modela, ki bi bila najboljša linearna nepristranska cenilka. Vendar operatorja običajno ne poznamo. Cochrane in Orcutt (1949) sta prva predlagala naslednji enostavni iterativni postopek reševanja problema, ki je opisan v Verbeek (2004) ter Shumway in Stoffer (2017).

1. Parametre linearnega regresijskega modela ocenimo na vrednostih y_t in \mathbf{x}_t , kot da bi bila napaka nekorelirana. Analiziramo napake $e_t = y_t - \hat{y}_t$. Določimo avtoregresijski model $AR(p)$ in ocenimo parametre operatorja $\phi(B)$.
2. Tvorimo transformirane vrednosti \tilde{y}_t in $\tilde{\mathbf{x}}_t$. Parametre linearnega regresijskega modela ponovno ocenimo na transformiranih vrednostih. Ponovno analiziramo napake in ocenimo parametre operatorja $\phi(B)$.

3. Drugi korak ponavljamo do konvergence parametrov. Prepričamo se, da ostanek w_t ustreza pogojem Gauss-Markova.

3 PREGLED PODATKOV O TEDENSKI UMRLJIVOSTI

Obravnavamo tedensko umrljivost v državah članicah EU27. Podatke po petletnih starostnih skupinah smo pridobili v podatkovni bazi Eurostat (2021). Podatki so bili zajeti 17. septembra 2021. Podatki predstavljajo skupno število umrlih na teden, ne glede na vzrok smrti. Največji obseg podatkov je od začetka tedna 2000W01 (3. januar 2000) do konca tedna 2021W25 (27. junij 2021).

Za večino držav članic so podatki na voljo v celotnem obsegu. Izjema je devet držav članic, pri katerih se časovna vrsta začne z zamikom. Te države članice so: Ciper (2015), Češka (2005), Danska (2007), Francija (2013), Grčija (2015), Irska (2019), Italija (2011), Malta (2011) in Romunija (2015). Časovna vrsta teh držav članic se začne s prvim tednom v letu, ki je naveden v oklepaju zraven države članice.

Podatki v časovni vrsti so podani v enakih časovnih intervalih. Pri tedenski umrljivosti je to časovni interval enega tedna. Ker morajo biti vsi tedni v letu dolgi natanko sedem dni, je za časovno vrsto uporabljena opredelitev tedna po standardu ISO 8601 (ISO, 2019). Teden po tem standardu je določen z zapisom LLLLWTT, kjer LLLL označuje leto in TT zaporedno številko tedna v tem letu. Prvi dan v tednu je ponedeljek. Leto ima lahko ali 52 ali 53 celih tednov. Velja opomniti, da se leto po tej opredelitvi ne ujema s koledarskim letom. Iz podatkov v časovni vrsti torej ne moremo izračunati števila umrlih v koledarskem letu. Na to moramo biti še posebej pozorni, kadar želimo med seboj primerjati vrednosti iz različnih virov.

Cilj naše statistične analize je bila obravnava tedenske umrljivosti starostnikov, starih 65 let ali več. Za vsako državo članico smo iz podatkov sestavili posebno časovno vrsto za starostno skupino 65 let ali več, tako da smo združili časovne vrste ustreznih petletnih starostnih skupin. Presečni datum smo postavili na začetek leta 2020. Obdobje od začetka časovne vrste posamezne države članice do zadnjega tedna v letu 2019 smo poimenovali referenčno obdobje. Referenčno obdobje nam je služilo za določitev modela običajne umrljivosti starostnikov v tej državi članici. Umrljivost starostnikov kaže izrazito sezonsko nihanje s povečano umrljivostjo pozimi, zato smo pri izračunu modela običajne umrljivosti starostnikov upoštevali le tedne od 13 do 48. Model običajne umrljivosti starostnikov smo nato uporabili za statistično analizo celotne časovne vrste, pri čemer je bila naša pozornost usmerjena v odstopanje pravih vrednosti od napovedi modela. Celoten postopek analize je podrobneje opisan v nadaljevanju.

4 ANALIZA UMRLJIVOSTI STAROSTNIKOV

Naj bo umrljivost starostnikov časovna vrsta y_t . Čas t merimo v tednih. Zaradi lažje časovne umestitve posameznega podatka smo vpeljali neodvisno spremenljivko x_t , ki meri čas v letih. Izhodišče $x_1 = 0$ smo postavili v prvi teden prvega leta časovne vrste. Model običajne umrljivosti starostnikov smo določili na podlagi učne množice podatkov iz referenčnega obdobja. Odločili smo se, da bomo časovno vrsto opisali z linearno odvisnostjo od časa s sezonskim nihanjem. Za začetek smo sezonsko nihanje zanemarili. Najboljši linearni regresijski model na učni množici podatkov opisuje naslednja regresijska enačba:

$$y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t + e_t \quad (9)$$

Pričakujemo, da napaka linearnega regresijskega modela e_t ne zadošča pogojem Gauss-Markova. Predvidamo pozitivno avtokorelacijo med sosednjima podatkom v časovni vrsti. Če je odstopanje od linearnega trenda pozitivno v času t , je odstopanje zelo verjetno pozitivno tudi v času $t + 1$. Z drugimi besedami, če je umrljivost starostnikov v nekem tednu večja, bo zelo verjetno večja tudi v naslednjem tednu. Analiza napak linearnega regresijskega modela temelji na izračunu avtokorelacijske in parcialne avtokorelacijske funkcije. Na podlagi analize napak smo se odločili, da bomo uporabili avtoregresijski model AR(2). Sledimo postopku, ki smo ga opisali v razdelku za linearno regresijo z avtokoreliranimi napakami. V prvem koraku smo ocenili linearni regresijski model $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$, izračunali napake (e_t) in na napakah ocenili avtoregresijski model $(\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2)$:

$$\begin{aligned} y_t &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t + e_t \\ e_t &= \hat{\phi}_1 e_{t-1} + \hat{\phi}_2 e_{t-2} + w_t \end{aligned} \quad (10)$$

V drugem koraku smo izračunali transformirane vrednosti $(\tilde{y}_t, \tilde{x}_t)$, ocenili linearni regresijski model na transformiranih vrednostih $(\hat{\beta}_0^*, \hat{\beta}_1)$, izračunali napake na netransformiranih vrednostih (e_t) in na teh napakah ocenili avtoregresijski model $(\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2)$:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_t &= y_t - \hat{\phi}_1 y_{t-1} - \hat{\phi}_2 y_{t-2} \\ \tilde{x}_t &= x_t - \hat{\phi}_1 x_{t-1} - \hat{\phi}_2 x_{t-2} \\ \tilde{y}_t &= \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1 \tilde{x}_t + w_t \\ \hat{\beta}_0^* &= \hat{\beta}_0 / (1 - \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2) \\ y_t &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \tilde{x}_t + e_t \\ e_t &= \hat{\phi}_1 e_{t-1} + \hat{\phi}_2 e_{t-2} + w_t \end{aligned} \quad (11)$$

Drugi korak smo iterativno ponavljali do konvergence v parametrih $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$. Analiza ostankov avtoregresijskega modela w_t je potrdila, da je varianca konstantna in da ostanki niso avtokorelirani. Predlagani model dobro opisuje umrljivost starostnikov na učni množici podatkov, zato je varianca ostankov w_t ustrezno merilo za velikost odstopanja pravih vrednosti od napovedi modela. Iz teorije o normalni porazdelitvi je znano, da so odstopanja do tri sigma pričakovana. Šele večja odstopanja, pri čemer mejno vrednost lahko tudi zaostriamo, kažejo na neobičajne odklone.

Opisani linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami, ki smo ga zgradili na učni množici podatkov, smo uporabili za analizo celotne časovne vrste. Na podlagi modela smo po naslednjem postopku v treh korakih izračunali napovedi za tedensko umrljivost starostnikov. V prvem koraku smo izračunali napovedi linearnega regresijskega modela:

$$\hat{y}_{LM,t} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t \quad (12)$$

V drugem koraku smo izračunali napovedi napake linearnega regresijskega modela:

$$\begin{aligned} e_{t-2} &= y_{t-2} - \hat{y}_{LM,t-2} \\ e_{t-1} &= y_{t-1} - \hat{y}_{LM,t-1} \\ \hat{e}_t &= \hat{\phi}_1 e_{t-1} + \hat{\phi}_2 e_{t-2} \end{aligned} \quad (13)$$

V tretjem koraku smo napovedi linearnega regresijskega modela in napovedi napake uporabili za izračun napovedi našega modela:

$$\hat{y}_t = \hat{y}_{LM,t} + \hat{e}_t \tag{14}$$

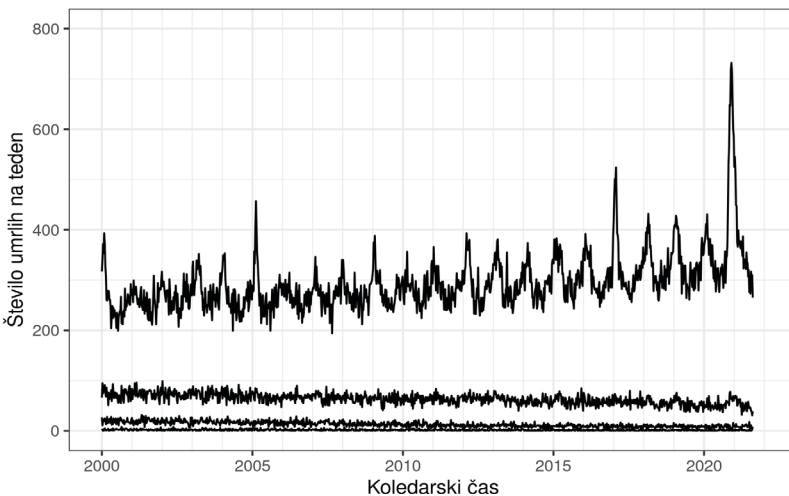
Nazadnje smo izračunali še ostanek avtoregresijskega modela, to je odstopanje pravih vrednosti y_t od napovedi modela \hat{y}_t :

$$w_t = y_t - \hat{y}_t \tag{15}$$

Izračunani ostanki oziroma odstopanja so najpomembnejši rezultat analize časovne vrste. Zanimajo nas namreč čas, dolžina in intenzivnost odstopanja v umrljivosti starostnikov.

5 RAZPRAVA

V nadaljevanju predstavljamo rezultate analize umrljivosti starostnikov v Sloveniji in preostalih državah članicah EU27. Na sliki 1 je za Slovenijo prikazana umrljivost starostnikov, starih 65 let ali več, za celotno časovno vrsto. Za primerjavo so dodane še starostne skupine manj kot 15 let, 15–44 let in 45–64 let. Iz grafičnega prikaza je razvidno dvoje. Prvič, umrljivost starostnikov se povečuje, medtem ko se v ostalih starostnih skupinah zmanjšuje. Število umrlih starostnikov se je s 13.517 (73,2 % vseh umrlih) v letu 2000 povečalo na 17.265 (84,0 % vseh umrlih) v letu 2019. Povečala sta se tako število umrlih kot delež med vsemi umrlimi. In drugič, umrljivost starostnikov kaže izrazito sezonsko nihanje, medtem ko v ostalih starostnih skupinah tega ni opaziti. Podobna opažanja veljajo za druge države članice EU27.



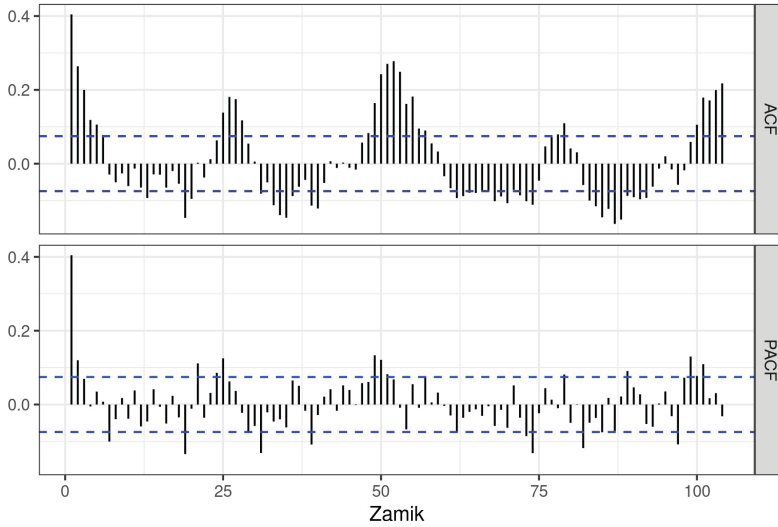
Slika 1: Slovenija. Umrljivost po starostnih skupinah (od spodaj navzgor: manj kot 15 let, 15-44 let, 45-64 let in 65 let ali več).

Najboljši linearni regresijski model na učni množici podatkov za umrljivost starostnikov v Sloveniji opisuje naslednja regresijska enačba:

$$y_t = 241,19 + 3,04x_t \tag{16}$$

Glede na izračunani model običajna umrljivost starostnikov v Sloveniji trenutno ($x_t = 20$) znaša približno 300 umrlih na teden in se vsako leto poveča za približno tri umrle na teden. V časovni vrsti y_t je prisotno

sezonsko nihanje, zato napaka linearnega regresijskega modela ne zadošča pogojem Gauss-Markova. Na sliki 2 je prikazana analiza napak. Iz slike razberemo, da pozitivna avtokorelacija (ACF) z naraščajočim zamikom le počasi upada in da sta pomembni prvi dve parcialni avtokorelaciji (PACF). Avtokorelacijska in parcialna avtokorelacijska funkcija imata tako značilno obliko za avtoregresijski model AR(2).



Slika 2: Slovenija. Avtokorelacijska funkcija (ACF) in parcialna avtokorelacijska funkcija (PACF) za napako linearnega regresijskega modela na učni množici podatkov.

Najboljši linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami izračunamo po predstavljenem iterativnem postopku. Model na učni množici podatkov za umrljivost starostnikov v Sloveniji opisuje naslednja regresijska enačba:

$$y_t = 241,19 + 3,04x_t + e_t \quad e_t = 0,3220e_{t-1} + 0,1303e_{t-2} + w_t \quad (\text{prvi korak}) \quad (17)$$

$$y_t = 240,60 + 3,00x_t + e_t \quad e_t = 0,3197e_{t-1} + 0,1295e_{t-2} + w_t \quad (\text{konvergenca}) \quad (18)$$

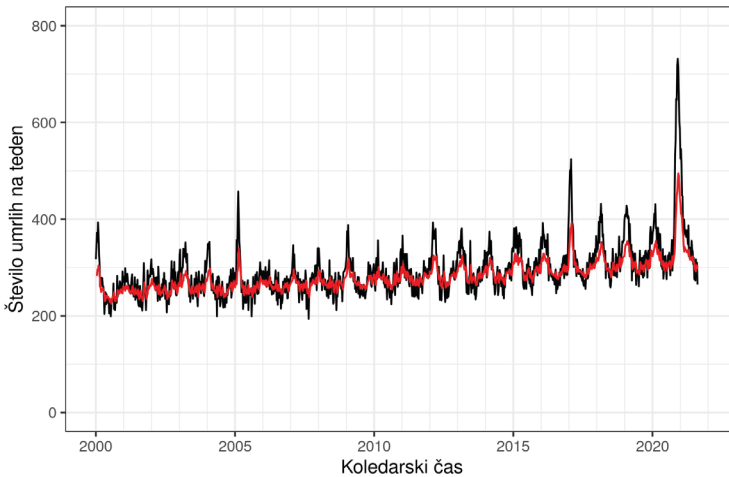
Vrednosti regresijske konstante in regresijskega koeficienta se glede na osnovni linearni regresijski model (prvi korak) nista bistveno spremenili. Za veljavnost modela je pomembna analiza ostankov w_t , ki je potrdila, da je varianca konstantna in da ostanki niso avtokorelirani. Varianca ostankov w_t je zato ustrezno merilo za velikost odstopanja pravih vrednosti od napovedi modela:

$$\sigma_w = \sqrt{\text{Var}(w_t)} = 21,1 \quad (19)$$

Odstopanja do tri sigma od običajne umrljivosti, ki jo predstavlja linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami, so pričakovana. Za Slovenijo to pomeni, da pri približno 300 umrlih na teden lahko pričakujemo odstopanja za približno 60 umrlih na teden.

Opisani linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami, ki smo ga zgradili na učni množici podatkov, smo uporabili za analizo celotne časovne vrste. Na sliki 3 sta prikazana časovna vrsta y_t in napoved linearnega regresijskega modela z avtokoreliranimi napakami \hat{y}_t za umrljivost starostnikov, starih 65 let ali več, v Sloveniji. Čeprav sezonskega nihanja nismo eksplicitno vključili v naš model, je na sliki videti, da smo ga dobro opisali z avtoregresijskim modelom za napako.

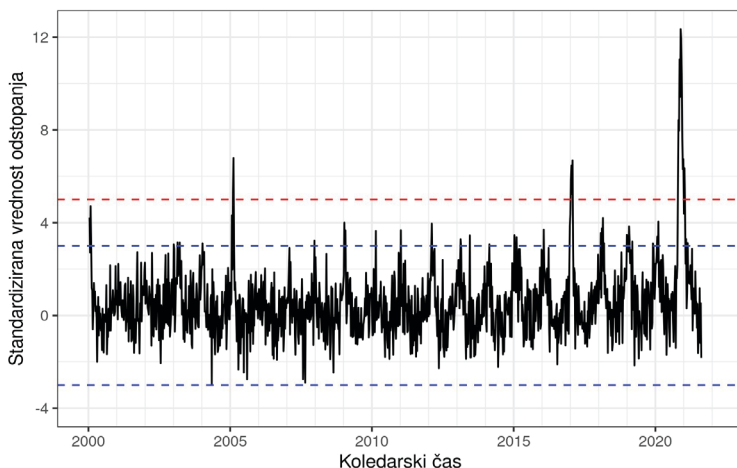
Boljšo predstavo o velikosti odstopanja pravih vrednosti od napovedi modela smo dobili z izračunom standardiziranih vrednosti odstopanja w_t/σ_w , kjer smo za σ_w uporabili izračunano vrednost na učni množici podatkov. Na sliki 4 so za Slovenijo poleg standardiziranih vrednosti odstopanja prikazane tudi meje za tri in pet sigma. Čas od 2000W01 do 2021W25 obsega 1121 tednov. Napovedi našega modela smo lahko izračunali za 1119 tednov, za katere lahko izračunamo tudi odstopanje pravih vrednosti od napovedi modela. Razlika dveh tednov je posledica uporabe avtoregresijskega modela AR(2), ki zahteva dve pretekli vrednosti, zato lahko z izračuni začnemo šele od tretjega tedna naprej. Odstopanje, večje od tri sigma, smo ugotovili v 60 tednih in odstopanje, večje od pet sigma, v 18 tednih. Ob predpostavki normalne porazdelitve odstopanj bi pri tolikšnem številu tednov pričakovali približno 1,5 tedna nad mejo tri sigma in nobenega tedna nad mejo pet sigma. Dejanska odstopanja ne sledijo normalni porazdelitvi in kažejo na neobičajno umrljivost starostnikov v tistih tednih.



Slika 3: Slovenija. Umrljivost starostnikov (črna) in napoved linearnega regresijskega modela z avtokoreliranimi napakami (rdeča).

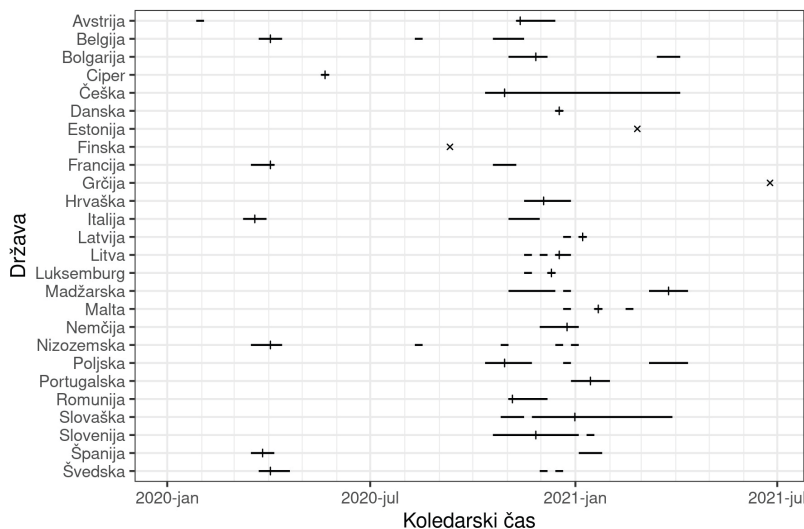
Poglejmo podrobneje obdobje od začetka leta 2000 do konca leta 2019. Zimsko odstopanje, večje od tri sigma, je običajno in se je v tem času pojavilo skoraj vsako leto (izjema so leta 2001, 2002, 2006, 2008). Mejo za neobičajno umrljivost starostnikov, ki kaže na znatno povečano število umrlih glede na napoved modela, smo zato postavili pri pet sigma. Po tem merilu se je v referenčnem obdobju neobičajna umrljivost starostnikov v Sloveniji pojavila dvakrat. Prvič v zimski sezoni 2004/05 v dolžini dveh tednov (2005W06–2005W07) in drugič v zimski sezoni 2016/17 v dolžini štirih tednov (2017W02–2017W05). Ugotovimo lahko, da neobičajna umrljivost starostnikov ni pogosta, da traja razmeroma kratko in da se pojavi pozimi.

V nadaljevanju smo pozornost usmerili na neobičajno umrljivost starostnikov od prvega tedna leta 2020 naprej. Po merilu pet sigma se je v Sloveniji v tem času neobičajna umrljivost starostnikov pojavila dvakrat. Prvič v dolžini enajstih tednov (2020W43–2020W53) in drugič v dolžini enega tedna (2021W02), pri čemer je med obema pojavoma minil samo en teden. Te neobičajne umrljivosti starostnikov ne zaznamujeta samo ekstremna dolžina in začetek v jeseni, temveč tudi intenzivnost odstopanja. Pred letom 2020 je največje odstopanje znašalo 6,8 sigma v tednu 2005W07, medtem ko je tokratno največje odstopanje znašalo 12,3 sigma v tednu 2020W48.



Slika 4: Slovenija. Standardizirana vrednost odstopanja (razlika med pravo vrednostjo časovne vrste in napovedjo linearnega regresijskega modela z avtokoreliranimi napakami). Z vodoravno črtkano črto so označene meje za odstopanje tri sigma (modra) in pet sigma (rdeča).

Po enakem postopku smo analizo umrljivosti starostnikov izpeljali še za preostale države članice EU27. Štiri države članice zahtevajo dodatno pojasnilo. Estonija, Finska in Grčija v tem času glede na naš model niso imele tednov, v katerih bi bilo odstopanje večje od pet sigma, zato smo pri njih v nadaljnji obravnavi upoštevali največjo vrednost odstopanja v tem času. Irska nima niti dovolj dolge časovne vrste niti podatkov po starostnih skupinah, zato smo jo iz nadaljnje obravnave popolnoma izločili.

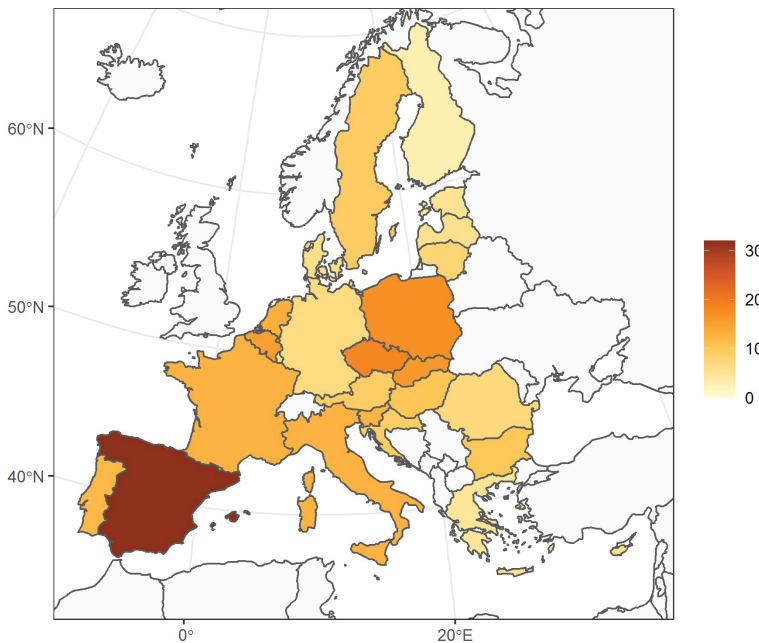


Slika 5: EU27 (brez Irske). Obdobja odstopanja večje od pet sigma (vodoravna črta) in čas največjega odstopanja (navpična črtica). Pri državah članicah z odstopanjem manjše od pet sigma je čas največjega odstopanja označen s križcem.

Na sliki 5 so za države članice EU27 (brez Irske) označeni tedni, v katerih je umrljivost starostnikov odstopala za več kot pet sigma od napovedi modela. Države članice se po odstopanju zelo razlikujejo med seboj. Na eni strani imamo države članice z več krajšimi odstopanji in na drugi strani države članice z

daljšim strnjenim odstopanjem. Tri države članice z najdaljšim strnjenim odstopanjem so Češka (25 tednov), Slovaška (18 tednov) in Slovenija (11 tednov). Pri vsaki državi članici je z navpično črtnico označen tudi čas, v katerem je bilo odstopanje največje. Pri treh državah članicah, pri katerih je bilo odstopanje manjše od pet sigma, je čas največjega odstopanja označen s križcem. Tudi v času največjega odstopanja se države članice razlikujejo med seboj. Sedem držav članic je imelo največje odstopanje v pomladanskem obdobju leta 2020, preostale države članice pa v jesensko-zimskem-pomladanskem obdobju leta 2020/21.

Med državami članicami so opazne razlike tako v vrednosti kot času največjega odstopanja. Za lažje branje smo standardizirano vrednost največjega odstopanja poimenovali intenzivnost odstopanja. To je standardizirana vrednost razlike med pravo vrednostjo časovne vrste in napovedjo linearnega regresijskega modela z avtokoreliranimi napakami. Z izjemo Španije je v državah članicah intenzivnost odstopanja na intervalu med 2,8 (Finska) in 18,2 (Češka). Španija z vrednostjo 32,0 bistveno odstopa od ostalih držav članic. Intenzivnost odstopanja v državah članicah EU27 smo pregledno predstavili na sliki 6, kjer je intenzivnost odstopanja kodirana z barvno lestvico in temnejši toni pomenijo večjo intenzivnost odstopanja.



Slika 6: EU27 (brez Irske). Največja intenzivnost odstopanja umrljivosti starostnikov v času od prvega tedna leta 2020 naprej.

Zanimalo nas je, ali in koliko lahko pojasnimo te razlike v intenzivnosti odstopanja med državami članicami s preprosto multivariatno linearno regresijsko analizo. Za odvisno spremenljivko (Y) smo vzeli intenzivnost odstopanja in vključili tri neodvisne spremenljivke, za katere smo menili, da bi utegnile biti povezane z vzroki za različno intenzivnost odstopanja. Te tri spremenljivke so: (X_1) delež prebivalcev, starih 65 let ali več, v letu 2019, (X_2) izdatki za zdravstvo (% od BDP) v letu 2018, (X_3) izdatki za zdravstvo (EUR na prebivalca) v letu 2018. Podatke za neodvisne spremenljivke smo pridobili v podatkovni bazi Eurostat (2018, 2019). Podatki so bili zajeti 17. septembra 2021 in predstavljajo zadnje razpoložljive

vrednosti spremenljivk pred letom 2020. Podatki so predstavljeni v preglednici 1. Pričakujemo pozitivno povezanost z deležem prebivalcev, starih 65 let ali več. V državah članicah z večjim deležem starostnikov je smotrno pričakovati večjo intenzivnost odstopanja. Pričakujemo negativno povezanost z izdatki za zdravstvo. V državah članicah z večjimi izdatki za zdravstvo je smotrno pričakovati manjšo intenzivnost odstopanja.

Preglednica 1: EU27 (brez Irske). Podatki za multivariatno linearno regresijsko analizo. Spremenljivke: (Y) intenzivnost odstopanja, (X_1) delež prebivalcev, starih 65 let ali več, (X_2) izdatki za zdravstvo (% od BDP), (X_3) izdatki za zdravstvo (EUR na prebivalca).

Država članica	Y	X_1	X_2	X_3
Avstrija	9,07	18,80	10,32	4497,44
Belgija	15,06	18,90	10,76	4336,85
Bolgarija	10,01	21,30	7,34	586,55
Ciper	5,74	16,10	6,77	1667,71
Češka	18,20	19,60	7,52	1493,13
Danska	5,86	19,60	10,07	5255,75
Estonija	4,90	19,80	6,69	1311,90
Finska	2,85	21,80	9,04	3828,64
Francija	12,74	20,00	11,26	3968,64
Grčija	4,75	22,00	7,96	1332,73
Hrvaška	8,86	20,60	6,85	870,38
Italija	12,80	22,90	8,68	2543,54
Latvija	5,58	20,30	6,19	936,20
Litva	7,58	19,80	6,53	1060,96
Luksemburg	5,10	14,40	5,29	5221,36
Madžarska	10,22	19,30	6,55	910,33
Malta	7,26	18,70	8,95	2289,79
Nemčija	6,59	21,50	11,45	4635,65
Nizozemska	13,12	19,20	10,03	4505,96
Poljska	17,07	17,70	6,33	829,54
Portugalska	11,95	21,80	9,41	1878,02
Romunija	6,99	18,50	5,56	583,91
Slovaška	15,87	16,00	6,69	1099,99
Slovenija	12,35	19,80	8,30	1830,93
Španija	32,02	19,40	8,99	2313,48
Švedska	9,23	19,90	10,94	5060,99

Vir X_1 , X_2 , X_3 : Eurostat.

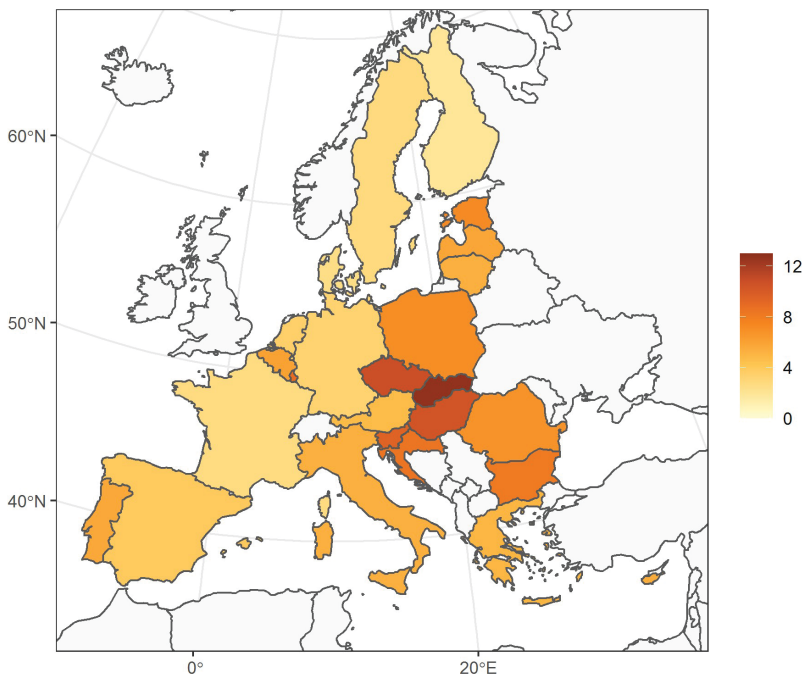
Z multivariatno linearno regresijsko analizo nam je uspelo pojasniti 24,7 % razlik v pravi intenzivnosti odstopanja med državami članicami. Rezultati v preglednici 2 kažejo, da so bila naša predvidevanja samo deloma potrjena. Regresijski koeficient $\beta_1 = -1,537$ je negativen, iz česar sledi, da je delež prebivalcev, starih 65 let ali več, negativno povezan z intenzivnostjo odstopanja. V državah članicah

z večjim deležem starostnikov je bila intenzivnost odstopanja v povprečju manjša od intenzivnosti odstopanja v državah članicah z manjšim deležem starostnikov. Ker sta težji potek bolezni in smrtnost pogostejša med starejšimi prebivalci, lahko iz tega sklepamo, da na umrljivost starostnikov v posamezni državi vplivajo tudi drugi dejavniki (denimo odziv države z ustreznimi ukrepi za zajezitev okužb). Regresijski koeficient $\beta_2 = 2,877$ je pozitiven, iz česar sledi, da so izdatki za zdravstvo, izraženi v deležu od BDP, pozitivno povezani z intenzivnostjo odstopanja. V državah članicah z večjimi deležem BDP za zdravstvo je bila intenzivnost odstopanja v povprečju večja od intenzivnosti odstopanja v državah članicah z manjšim deležem BDP za zdravstvo. Države članice se med seboj precej razlikujejo po absolutni vrednosti BDP v denarju. Če primerjamo dve državi, večji delež BDP ene države v primerjavi z drugo še ne pomeni, da je v prvi državi večji tudi absolutni znesek v denarju glede na drugo državo. Od tod torej verjetno na prvi pogled nepričakovan rezultat. Regresijski koeficient $\beta_3 = -0,003$ je negativen, iz česar sledi, da so izdatki za zdravstvo, izraženi v evrih na prebivalca, negativno povezani z intenzivnostjo odstopanja. V državah članicah z večjimi izdatki na prebivalca za zdravstvo je bila intenzivnost odstopanja v povprečju manjša od intenzivnosti odstopanja v državah članicah z manjšimi izdatki na prebivalca za zdravstvo. Rezultat potrjuje naša pričakovanja, da bi morala biti umrljivost starostnikov v bogatejših državah manjša, saj ima zdravstvo na voljo več sredstev in boljše opremo za reševanje življenj. S primerjavo absolutnih vrednosti standardiziranih regresijskih koeficientov lahko ugotovimo, da ima izmed vseh treh vključenih neodvisnih spremenljivk na intenzivnost odstopanja največji vpliv izdatek za zdravstvo, izražen v deležu od BDP ($\beta^*_3 = 0,889$). Kot zanimivost omenimo, da je povezanost med izdatki, izraženimi v deležu od BDP, in izdatki, izraženimi v evrih na prebivalca, enaka 0,71. Države članice z večjim deležem BDP imajo v povprečju večji tudi znesek v evrih na prebivalca.

Preglednica 2: EU27 (brez Irske). Rezultati multivariatne linearne regresijske analize. Vrednosti koeficientov (Beta) in standardiziranih koeficientov (Beta*).

Regresijski model za <i>Y</i>	Beta	Beta*
(Konstanta)	23,762	
(<i>X</i> ₁) Delež prebivalcev, starih 65 let ali več	-1,537	-0,493
(<i>X</i> ₂) Izdatki za zdravstvo (% od BDP)	2,877	0,889
(<i>X</i> ₃) Izdatki za zdravstvo (EUR na prebivalca)	-0,003	-0,773

Za konec smo za države članice izračunali še presežno umrljivost starostnikov v obdobju od 2020W01 do 2021W25. Za vse tedne v tem obdobju smo izračunali razliko med pravo vrednostjo časovne vrste in napovedjo linearnega regresijskega modela z avtokoreliranimi napakami ter sešteli vsa pozitivna odstopanja. Da bi lahko države članice primerjali med seboj, smo v podatkovni bazi Eurostat (2020) pridobili podatke o številu starostnikov, starih 65 let ali več, na dan 1. januar 2020 in izračunali presežno umrljivost na 1000 starostnikov. V tem obdobju je bila presežna umrljivost najmanjša na Finskem (1,9 smrti na 1000 starostnikov) in največja na Slovaškem (12,8 smrti na 1000 starostnikov). Slovenija je imela med državami članicami peto najvišjo presežno umrljivost (9,5 smrti na 1000 starostnikov). Presežno umrljivost v državah članicah EU27 smo pregledno predstavili na sliki 7, kjer je presežna umrljivost kodirana z barvno lestvico in temnejši toni pomenijo večjo presežno umrljivost.



Slika 7: EU27 (brez Irske). Presežno število umrlih na 1000 starostnikov, starih 65 let ali več, v obdobju od 2020W01 do 2021W25.

6 ZAKLJUČEK

Analizirali smo tedensko umrljivost starostnikov, starih 65 let ali več, v državah članicah EU27 (za Irsko podatki niso bili na voljo). Za običajno umrljivost starostnikov smo predpostavili linearni regresijski model z avtokoreliranimi napakami. Za vsako državo članico smo na podatkih iz referenčnega obdobja izračunali model običajne umrljivosti. Konec referenčnega obdobja smo postavili na zadnji teden leta 2019. Domnevamo namreč lahko, da covid-19 v letu 2019 še ni vplival na umrljivost, kajti Svetovna zdravstvena organizacija je zaradi virusa javnozdravstveno krizo mednarodnih razsežnosti razglasila januarja 2020 (Sohrabi et al., 2020) in to je bil tudi čas, ko so se v Evropi pojavili prvi potrjeni primeri (Al-Salem et al., 2021). Izračunani model smo uporabili za analizo umrljivosti starostnikov od prvega tedna leta 2020 naprej.

Izmed držav članic smo podrobnejšo analizo opravili za Slovenijo. Izsledki modela običajne umrljivosti kažejo, da se umrljivost starostnikov v Sloveniji povečuje. Vsako leto se tedenska umrljivost poveča za tri smrti in trenutno znaša približno 304 smrti na teden. Umrljivost starostnikov kaže značilno sezonsko nihanje s povečano umrljivostjo pozimi. Odstopanja pravih vrednosti od napovedi modela skoraj vsako leto pozimi presežejo mejo tri sigma, kar kaže na povečano umrljivost starostnikov med običajnimi zimskimi obolenji. Mejo ekstremnega odstopanja smo zato postavili na pet sigma. Odstopanja nad to mejo se pojavijo samo občasno in trajajo kratek čas. V Sloveniji sta bila od leta 2000 do leta 2020 samo dva pojavi tako ekstremnega odstopanja.

Če covid-19 ne bi povzročil več smrti od običajnih zimskih obolenj, bi bila odstopanja od prvega tedna leta 2020 naprej podobna odstopanjem v referenčnem obdobju. V večini držav članic ni bilo tako. Z

izjemo Estonije, Finske in Grčije smo pri ostalih državah članicah zabeležili povečano umrljivost starostnikov z intenzivnostjo odstopanja nad pet sigma. Intenzivnost odstopanja je bila najmanjša na Finskem (2,8 sigma) in največja v Španiji (32,0 sigma). Slovenija je imela med državami članicami deveto najvišjo intenzivnost odstopanja (12,3 sigma). Morda je še bolj kot sama intenzivnost odstopanja pomembna dolžina strnjenega intenzivnega odstopanja. Tri države članice z najdaljšim strnjenim odstopanjem so bile Češka (25 tednov), Slovaška (18 tednov) in Slovenija (11 tednov). V ostalih državah članicah je strnjeno intenzivno odstopanje trajalo 6 tednov ali manj. Da je dolžina odstopanja pomembnejša od same intenzivnosti, potrjuje analiza presežne umrljivosti starostnikov. Največjo presežno umrljivost smo zabeležili na Slovaškem (12,8 smrti na 1000 starostnikov) in Češkem (10,8 smrti na 1000 starostnikov), medtem ko so imeli najmanjšo presežno umrljivost na Danskem (2,5 smrti na 1000 starostnikov) in Finskem (1,9 smrti na 1000 starostnikov). Slovenija je imela med državami članicami peto najvišjo presežno umrljivost (9,5 smrti na 1000 starostnikov).

Razlike v intenzivnosti odstopanja med državami članicami smo poskušali pojasniti z multivariatno linearno regresijsko analizo, v katero smo vključili tri neodvisne spremenljivke s področja demografije in zdravstva. Ugotovitve so se le deloma ujemale s predvidevanji. Delež starostnikov in izdatek za zdravstvo, izražen v evrih na prebivalca, negativno vplivata na intenzivnost odstopanja, medtem ko izdatek za zdravstvo, izražen kot delež v BDP, pozitivno vpliva na intenzivnost odstopanja.

Še misel za konec. Odstopanje od običajne umrljivosti starostnikov je zelo asimetrično. Pojavljajo se obdobja povečane umrljivosti, ki redno presežejo tri sigma in občasno (z izjemo zadnjega obdobja) presežejo pet sigma, medtem ko obdobja manjše umrljivosti ne presežejo tri sigma (v negativno smer). Ali bi bilo mogoče, da bi tokratno izjemno povečanje umrljivosti, tako po intenzivnosti kot dolžini trajanja, v naslednjem poletju povzročilo primanjkljaj oziroma znatno zmanjšanje umrljivosti z odstopanjem za več kot tri sigma (v negativno smer)?

ZAHVALA

Hvala prejšnji urednici in novemu uredniku za nasvete, vzpodbudne besede in pripravljenost na obravnavo prispevka. Hvala anonimnima recenzentoma za njune opombe in napotke, ki so prispevali h kakovosti in berljivosti prispevka. Tina Kogovšek, hvala, da si predlagala to revijo, sicer bi prispevek za vedno obležal v mapi.

Literatura in viri:

- Al-Salem, W., Moraga, P., Ghazi, H., Madad, S., Hotez, P.J. (2021). The emergence and transmission of COVID-19 in European countries, 2019–2020: a comprehensive review of timelines, cases and containment. *International health*, 13(5), 383–398.
- Amore, S., Puppo, E., Melara, J., Terracciano, E., Gentili, S., Liotta, G. (2021). Impact of COVID-19 on older adults and role of long-term care facilities during early stages of epidemic in Italy. *Scientific reports*, 11(1), 1–13.
- Beaney, T., Clarke, J. M., Jain, V., Golestaneh, A. K., Lyons, G., Salman, D., Majeed, A. (2020). Excess mortality: the gold standard in measuring the impact of COVID-19 worldwide? *Journal of the Royal Society of Medicine*, 113(9), 329–334.
- Cochrane, D., Orcutt, G. H. (1949). Application of least squares regression to relationships containing auto-correlated error terms. *Journal of the American Statistical Association*, 44 (245), 32–61.
- Chan, E. Y. S., Cheng, D., Martin, J. (2021). Impact of COVID-19 on excess mortality, life expectancy, and years of life lost in the United States. *PLoS One*, 16 (9), e0256835.
- Damayanthi, H. D. W. T., Prabani, K. I. P., Weerasekara, I. (2021). Factors associated for mortality of older people with COVID 19: A systematic review and meta-analysis. *Gerontology and Geriatric Medicine*, 7, 1–12.
- Eurostat (2018). Total health care expenditure [TPS00207]. Luxembourg: European Commission, Eurostat.

- Eurostat (2019). Proportion of population aged 65 and over [TPS00028]. Luxembourg: European Commission, Eurostat.
- Eurostat (2020). Population on 1 January by broad age group and sex [DEMO_PJANBROAD]. Luxembourg: European Commission, Eurostat.
- Eurostat (2021). Deaths by week, sex and 5-year age group [DEMO_R_MWK_05]. Luxembourg: European Commission, Eurostat.
- International Organization for Standardization (2019). Date and time — Representations for information interchange — Part 1: Basic rules (ISO Standard No. 8601-1:2019).
- James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. (2013). An introduction to statistical learning. New York: Springer.
- Kowall, B., Standl, F., Oesterling, F., Brune, B., Brinkmann, M., Dudda, M., Pflaumer, P., Jöckel, K.-H., Stang, A. (2021). Excess mortality due to Covid-19? A comparison of total mortality in 2020 with total mortality in 2016 to 2019 in Germany, Sweden and Spain. *Plos one*, 16 (8), e0255540.
- Krieger, N., Chen, J. T., Waterman, P. D. (2020). Excess mortality in men and women in Massachusetts during the COVID-19 pandemic. *The Lancet*, 395 (10240), 1829.
- Shumway, R. H., Stoffer, D. S. (2017). Time series analysis and its applications. New York: Springer.
- Sohrabi, C., Alsafi, Z., O'Neill, N., Khan, M., Kerwan, A., Al-Jabir, A., Losifidis, C., Agha, R. (2020). World Health Organization declares global emergency: A review of the 2019 novel coronavirus (COVID-19). *International Journal of Surgery*, 76, 71–76.
- Verbeek, M. (2004). A guide to modern econometrics. Hoboken NJ: Wiley.
- Weisberg, S. (2005). Applied linear regression. Hoboken NJ: Wiley.
- Yanez, N. D., Weiss, N. S., Romand, J. A., Treggiari, M. M. (2020). COVID-19 mortality risk for older men and women. *BMC Public Health*, 20 (1), 1–7.



Polajnar E. (2022). Analiza tedenske umrljivosti starostnikov: Primerjava med Slovenijo in državami članicami EU27.

Geodetski vestnik, 66 (1), 33-48.

DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2022.01.33-48>

asist. dr. Emil Polajnar

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za družbene vede

Kardeljeva ploščad 5, SI-1000 Ljubljana

e-naslov: emil.polajnar@fdv.uni-lj.si